



UO‘K 624.042.7:519.6

**QURUQ ISHQALANISHLI SEYSMOIZOLYATSIYALANGAN BINOLARNI
SONLI MODELLASHTIRISH**

Boltaboyev Muslimbek Qodirjon o‘g‘li

*(konstruktor, «AKFA ASSEMBLY» MChJ, Toshkent, O‘zbekiston;
boltabayevmuslimbek@gmail.com)*

Qodirov Sardor Sobir o‘g‘li

*(«Bino va inshootlar qurilishi» kafedrasi assistenti, Toshkent arxitektura-qurilish
universiteti, Toshkent, O‘zbekiston; sardorqodirov110599@gmail.com)*

Maxmudov Said Maxmudovich

*(«Bino va inshootlar qurilishi» kafedrasi professori, Toshkent arxitektura-qurilish
universiteti, Toshkent, O‘zbekiston; s.maxmudov@taqu.uz)*

ANNOTATSIYA

Maqolada quruq ishqalanishli seysmoizolyatsiyalangan binoning ikki massali modeli tadqiq qilinadi. Tekis sirpanish tayanchi qaytaruvchi prujina bilan birgalikda, ishqalanish elementi esa chekli boshlang‘ich bikrlikka ega elastik–ideal plastik model orqali ifodalanadi. Hisoblash Python muhitida Newmark usuli yordamida bajarildi. Sintetik tezlanish ta’sirida seysmoizolyatsiyalangan va qo‘zg‘almas asosli modellar taqqoslandi. Tanlangan parametrlar uchun ustki konstruksiya maksimal deformatsiyasi 80,33 %, mutlaq tezlanishi 80,27 % ga kamaydi; platforma maksimal siljishi 54,12 mm ni tashkil etdi. Vaqt qadami kichraytirilganda asosiy maksimal javoblar farqi 0,05 % dan oshmadi. Boshlang‘ich bikrlikning qoldiq siljishga ta’siri aniqlandi. Natijalar sintetik ta’sir bilan cheklangan; haqiqiy zilzila yozuvlari va tajribalar orqali qo‘shimcha tekshiruv talab etiladi.

Tayanch so‘zlar: seysmoizolyatsiya, quruq ishqalanish, tekis sirpanish tayanchi, ikki massali model, Newmark usuli, gisterezis, energiya dissipatsiyasi, vaqt qadami.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗДАНИЙ С
СЕЙСМОИЗОЛЯЦИЕЙ НА ОСНОВЕ СУХОГО ТРЕНИЯ**

АННОТАЦИЯ

Исследуется двухмассовая модель здания с сейсмоизоляцией на основе сухого трения. Плоская скользящая опора работает параллельно с восстанавливающей пружиной. Трение представлено упругой идеально пластической моделью с конечной начальной жёсткостью. Расчёты выполнены в Python методом Ньюмарка. При синтетическом ускорении основания сопоставлены



изолированная модель и модель с неподвижным основанием. Для выбранных параметров максимальная деформация надстройки снизилась на 80,33 %, абсолютное ускорение — на 80,27 %; максимальное перемещение платформы составило 54,12 мм. При уменьшении временного шага различия основных максимальных откликов не превысили 0,05 %. Выявлена чувствительность остаточного перемещения к начальной жёсткости. Результаты ограничены синтетическим воздействием и требуют проверки по реальным акселерограммам и экспериментальным данным.

Ключевые слова: сейсмоизоляция, сухое трение, плоская скользящая опора, двухмассовая модель, метод Ньюмарка, гистерезис, диссипация энергии, временной шаг.

INVESTIGATION OF NUMERICAL MODELING OF BUILDINGS WITH DRY-FRICTION SEISMIC ISOLATION

ABSTRACT

A two-mass model of a building with dry-friction seismic isolation is investigated. A flat sliding bearing acts in parallel with a restoring spring, while friction is represented by an elastic–perfectly plastic element with finite initial stiffness. Calculations were performed in Python using the Newmark method. The isolated and fixed-base models were compared under synthetic ground acceleration. For the selected parameters, peak superstructure deformation and absolute acceleration decreased by 80.33% and 80.27%, respectively; peak platform displacement reached 54.12 mm. Differences in the main peak responses remained below 0.05% upon time-step refinement. Residual displacement was sensitive to initial stiffness. These findings are limited to the synthetic excitation and require further assessment using recorded ground motions and experimental data.

Keywords: seismic isolation, dry friction, flat sliding bearing, two-mass model, Newmark method, hysteresis, energy dissipation, time step.

KIRISH

Seysmoizolyatsiyalangan binolarning hisoblash modeli ustki konstruksiya bilan izolyatsiya tizimi orasidagi oʻzaro taʼsirni ifodalashi kerak. Quruq ishqalanishli tizimlarda sirpanish orqali energiya dissipatsiyalanadi, qaytaruvchi element esa platformaga siljishga bogʻliq qarshilik koʻrsatadi. Tekis sirpanish tayanchida qaytaruvchi kuchni alohida prujina bilan ifodalash mumkin; friksion mayatnik tayanchida esa qaytaruvchi taʼsir sirpanish sirtining egriligiga bogʻliq [1, 2]. Shu sababli ushbu ikki tizimning modellari bir xil deb qabul qilinmaydi.

Ishqalanish kuchining harakat yoʻnalishi almashganda oʻzgarishi sonli yechimni



tekshirishni talab etadi. Elementning boshlang'ich bikrligi, vaqt qadami va normal kuch haqidagi farazlar hisoblangan siljish va tezlanishga ta'sir qilishi mumkin. Kengaytirilgan modellarda tezlik, bosim va haroratga bog'liq ishqalanish ham hisobga olinadi [3]. Ko'p yo'nalishli ta'sirda tayanchlarning bog'langan harakati va normal kuchning o'zgarishi alohida ahamiyat kasb etadi [4].

Tadqiqotning maqsadi — quruq ishqalanishli seysmoizolyatsiyalangan binoning soddalashtirilgan ikki massali modelini tuzish va uning dinamik javobini sonli hisoblash orqali baholash. Bunda platforma siljishi, ustki konstruksiyaning nisbiy deformatsiyasi, mutlaq tezlanishi va jami tayanch kuchi asosiy ko'rsatkichlar sifatida qabul qilinadi.

Maqsaddan kelib chiqib, harakat tenglamalari tuziladi, bir xil sintetik ta'sir ostida izolyatsiyalangan va qo'zg'almas asosli modellar taqqoslanadi. Vaqt qadamini kichraytirish, energiya balansini tekshirish va boshlang'ich bikrligni o'zgartirish orqali sonli natijalarning sezgirligi baholanadi. Ishning metodik hissasi mazkur tekshiruvlarni qayta bajariladigan bitta hisoblash tartibida birlashtirishdan iborat.

MAVZUGA OID ADABIYOTLAR TAHLILI

Mokha, Constantinou va Reinhorn [5] teflon sirpanish tayanchlarining tajribaviy xususiyatlarini o'rgangan. Ushbu ishda ishqalanishning sirpanish tezligi va tayanchdagi bosimga bog'liqligi ko'rib chiqilgan. Constantinou, Mokha va Reinhorn [6] esa shu turdagi tayanchlar uchun matematik modellashtirish yondashuvini bayon qilgan. Mazkur tadqiqotlar o'zgaras ishqalanish koeffitsiyenti soddalashtiruvchi faraz ekanini ko'rsatadi; ularning natijalarini boshqa material juftliklariga tekshiruvsiz tatbiq etib bo'lmaydi.

Mosqueda, Whittaker va Fenves [4] friksion mayatnik tayanchlarining bir nechta qo'zg'atish komponenti ostidagi ishini tajribalar va hisoblashlar orqali tahlil qilgan. Mualliflar gorizontaal yo'nalishlar orasidagi bog'lanish va vertikal yukning o'zgarishini hisobga olish zarurligini ko'rsatgan. Bu natijalar bir yo'nalishli va o'zgaras normal kuchli modelning qo'llanish chegaralarini belgilashga yordam beradi.

Kumar, Whittaker va Constantinou [7] ishqalanish koeffitsiyentining sirpanish tezligi, bosim va haroratga bog'liqligini yagona hisoblash doirasida ko'rib chiqqan. Drazin va Govindjee [8] ko'p bosqichli friksion mayatnik tizimlari uchun noxiziqli kinetik model taqdim etgan. Ushbu ishlar murakkab tayanch modellarini rivojlantirishga qaratilgan; mazkur maqolada esa ularning o'rnini bosish maqsad qilinmaydi.

OpenSees hujjatlaridagi tekis sirpanish tayanchi, Kulon ishqalanishi va Newmark integratori tavsiflari [1, 9, 10] hisoblash farazlarini aniqlashtirish uchun texnik manba sifatida olindi. Tadqiqotda tayyor OpenSees modeli ishga tushirilmagan: sonli



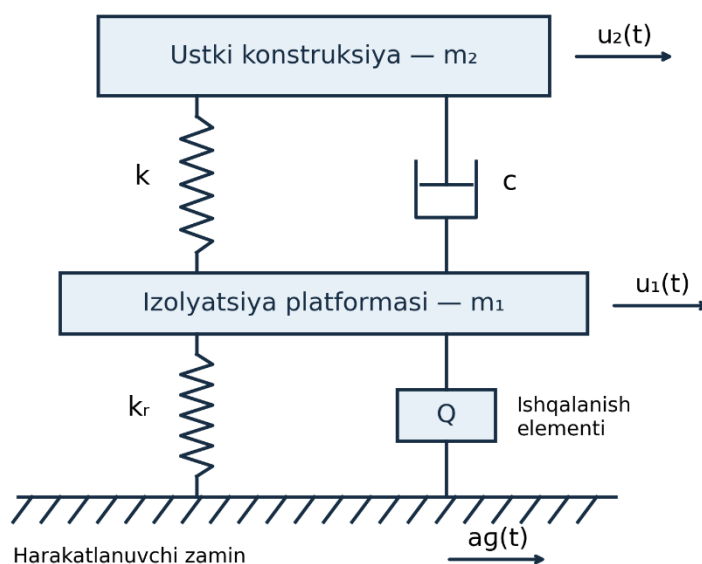
hisoblash Python dasturida bajarilgan. Adabiyotlar tahlili asosida tekis sirpanish elementi va alohida qaytaruvchi prujinadan iborat soddalashtirilgan model tanlandi; natijalar aynan shu model doirasida talqin qilinadi.

TADQIQOT METODOLOGIYASI

Hisoblash modeli va harakat tenglamalari

Tizim ikkita erkinlik darajasiga ega: m_1 — izolyatsiya platformasi massasi, m_2 — ustki konstruksiyaning jamlangan massasi. Ustki konstruksiya chiziqli elastik deb qabul qilinadi. Model bir gorizontal yo‘nalishda ishlaydi; buralish, vertikal harakat, tayanchning uzilishi va grunt–inshoot o‘zaro ta’siri hisobga olinmaydi. Normal kuch o‘zgarmas deb olinadi.

Ikki massali hisoblash sxemasi



1-rasm. Quruq ishqalanishli seysmoizolyatsiyalangan binoning ikki massali hisoblash sxemasi.

Sxemada k — ustki konstruksiyaning gorizontal bikrligi; c — viskoz so‘nish ko‘effitsiyenti; k_r — qaytaruvchi prujina bikrligi; Q — ishqalanish elementining qarshilik kuchi. Elementlarning vertikal joylashuvi shartli; ikkala massa faqat gorizontal harakat qiladi.

$$m_1 a_1 + c(v_1 - v_2) + k(u_1 - u_2) + k_r u_1 + Q = -m_1 a_g \quad (1)$$

$$m_2 a_2 + c(v_2 - v_1) + k(u_2 - u_1) = -m_2 a_g \quad (2)$$

Bu yerda u_1 va u_2 — massalarning zaminga nisbatan siljishlari, m ; v_1 va v_2 — shu siljishlarning tezliklari, m/s ; a_1 va a_2 — nisbiy tezlanishlar, m/s^2 ; a_g — zamin tezlanishi, m/s^2 . Barcha kattaliklar vaqtga bog‘liq. Tenglamalarda Q chap tomondagi qarshilik hadi sifatida yozilgan; platformaga ishqalanish elementidan ta’sir qiladigan haqiqiy



kuch $-Q$ ga teng.

$$N = (m_1 + m_2)g; \quad F = \mu N \quad (3)$$

N — normal kuch, N ; F — chegaraviy ishqalanish kuchi, N ; μ — o‘lchovsiz ishqalanish koeffitsiyenti; $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Ushbu modelda statik va kinetik ishqalanish uchun alohida koeffitsiyentlar belgilanmagan.

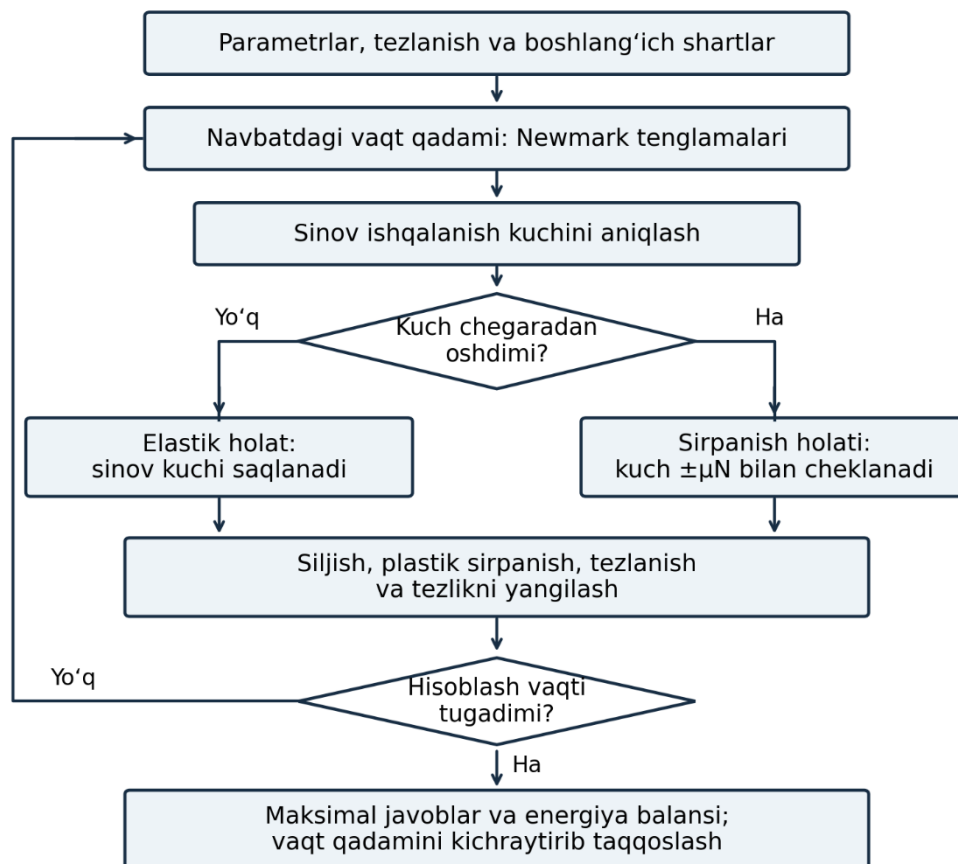
Ishqalanish modeli va yechish algoritmi

Ishqalanish elementi boshlang‘ich bikrligi k_i bo‘lgan elastik–ideal plastik model orqali ifodalanadi. Sirpanish boshlanishidan oldin kichik elastik siljish mavjud; demak, bu model mutlaq siljimaslik shartiga asoslangan ideal Kulon modelining sonli yaqinlashuvidir. Elementdagi plastik sirpanish z bilan belgilanadi.

$$Q = k_i(u_1 - z); \quad |Q| \leq F; \quad u_y = F / k_i \quad (4)$$

u_y — boshlang‘ich yuklanishda chegaraviy kuchga mos elastik siljish, m. Sinov kuchi F chegarasidan oshmasa z o‘zgarmaydi. Chegara oshganda Q tegishli ishora bilan $\pm F$ ga tenglashtiriladi va $z = u_1 - Q/k_i$ orqali yangilanadi.

Harakat tenglamalari Newmark usulining o‘rtacha tezlanish sxemasi ($\gamma = 0,5$; $\beta = 0,25$) yordamida integrallanadi [10]. Ushbu ikki erkinlik darajali modelda samarali chiziqli tizim va bo‘lakli elastik–plastik munosabat har bir qadamda birgalikda yechiladi. Boshlang‘ich siljish, tezlik va plastik sirpanish nolga teng.



2-rasm. Sonli hisoblash va vaqt qadami bo'yicha tekshirish algoritmi.

Hisoblashda avval elastik sinov kuchi aniqlanadi, so'ng uning chegaraviy kuchga mosligi tekshiriladi. Qabul qilingan kuch yordamida siljish, plastik sirpanish, tezlanish va tezlik yangilanadi. Yakunda maksimal javoblar va energiya balansi hisoblanadi.

Hisoblash parametrlari va tashqi ta'sir

Parametrlar usulni tekshirish uchun qabul qilingan shartli hisoblash holatini ifodalaydi; ular muayyan mavjud binoning o'lchov yoki loyiha ma'lumotlari emas. Massalar va ustki konstruktsiya xususiyatlari taqqoslash davomida o'zgartirilmaydi.

1-jadval

Ikki massali modelning boshlang'ich parametrlari

Parametr	Belgi	Qiymat
Platforma massasi	m_1	10 000 kg
Ustki konstruktsiya massasi	m_2	100 000 kg
Qo'zg'almas asosli ustki model davri	T_s	0,50 s



Parametr	Belgi	Qiymat
Soʻnish nisbati	ζ	0,05
Ustki konstruksiya bikrligi	k	15 791 367 N/m
Viskoz soʻnish koeffitsiyenti	c	125 664 N·s/m
Qaytaruvchi prujina bikrligi	k_r	694 820 N/m
Ishqalanish koeffitsiyenti	μ	0,05
Normal kuch	N	1 079 100 N
Chegaraviy ishqalanish kuchi	F	53 955 N
Elementning boshlangʻich bikrligi	k_i	100 000 000 N/m
Boshlangʻich elastik siljish chegarasi	u_y	0,53955 mm

Bikrlik va soʻnish koeffitsiyenti $k = 4\pi^2 m_2 / T_s^2$ hamda $c = 2\zeta \sqrt{(km_2)}$ orqali aniqlanadi. Qaytaruvchi prujina uchun $k_r = 4\pi^2(m_1 + m_2) / T_r^2$, $T_r = 2,50$ s qabul qilindi. T_r prujina bikrligini belgilovchi tayanch parametr boʻlib, bogʻlangan ikki massali tizimning aniq xususiy davri emas.

Zamin tezlanishi 0–20 s oraligʻida silliq oʻrovchili sinusoidal signal bilan beriladi:

$$a_g(t) = 0,30g \cdot \sin(2\pi \cdot 1,20t) \cdot \sin^2(\pi t / 20) \quad (5)$$

Bu yerda t sekundlarda beriladi, sinusoidal tashkil etuvchining chastotasi 1,20 Hz. 20 s dan keyin tezlanish nolga teng; umumiy hisoblash davomiyligi 40 s. Mazkur signal haqiqiy zilzila yozuvi yoki meʼyoriy spektrga moslashtirilgan akselerogramma emas.

Baholash koʻrsatkichlari va energiya tekshiruvi

Platforma siljishi u_1 , ustki konstruksiya deformatsiyasi $\delta = u_2 - u_1$, ustki massaning mutlaq tezlanishi $a_2 + a_g$ va jami tayanch kuchi $V = k_r u_1 + Q$ uchun hisoblash davridagi eng katta mutlaq qiymatlar olinadi. Ishqalanish energiyasi plastik sirpanish orttirmalari boʻyicha yigʻiladi:

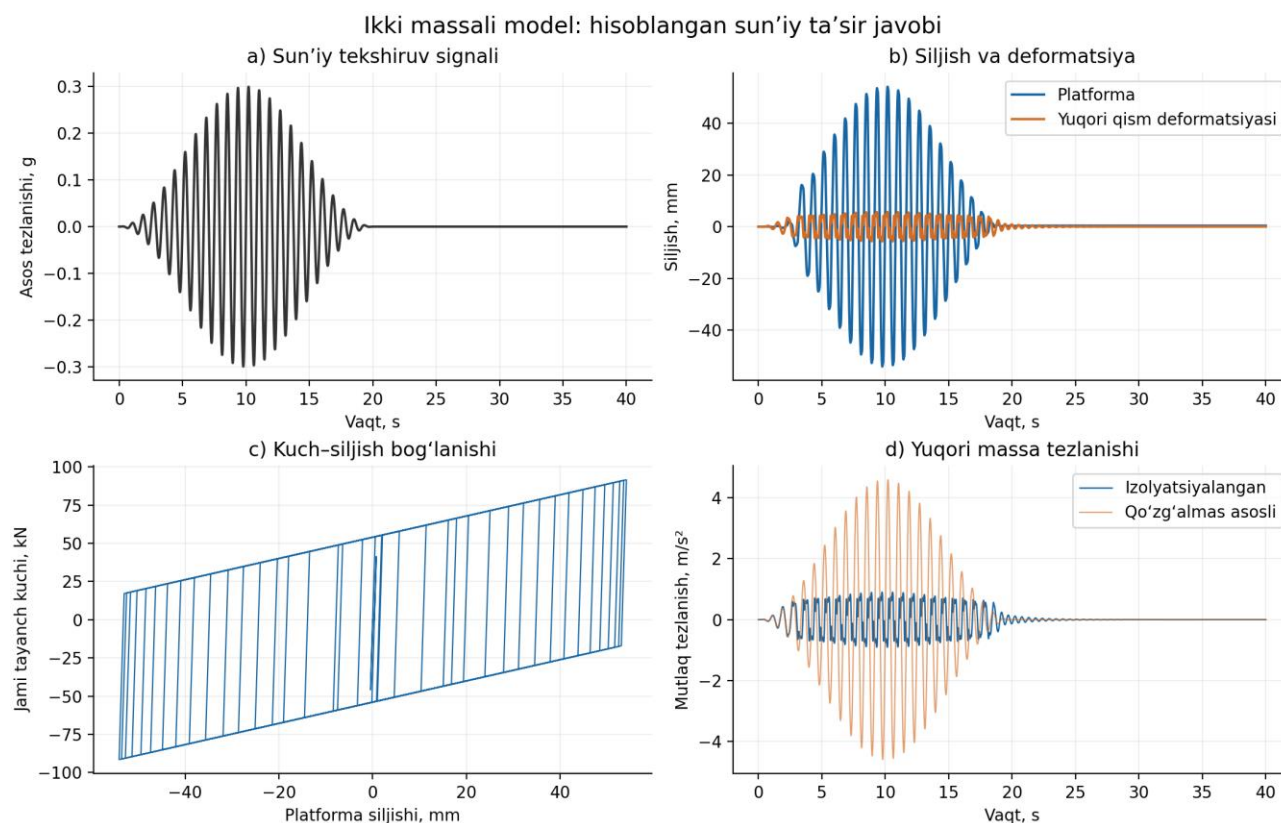
$$E_f = F \cdot \sum |\Delta z| \quad (6)$$

Δz — har bir qadamdagi plastik sirpanish orttirmasi, m; E_f — dissipatsiyalangan energiya, J. Energiya balansi qoldigʻi kirish energiyasidan kinetik, elastik, viskoz va ishqalanish energiyalarini ayirish orqali aniqlanadi. Elastik energiya tarkibiga ishqalanish elementining $Q^2/(2k_i)$ energiyasi ham kiritiladi. Nisbiy qoldiq uning maksimal modulini kirish energiyasining maksimal moduliga boʻlish orqali baholanadi.



TAHLIL VA NATIJALAR

Hisoblashlar 0,01; 0,005; 0,0025 va 0,00125 s vaqt qadamlarida bajarildi. Quyidagi grafiklarda $k_i = 10^8$ N/m va 0,00125 s qadamdagi javoblar keltirilgan. Taqqoslash modeli m_2 , k va c parametrlari saqlangan, asosi qo'zg'almas bir erkinlik darajali tizimdan iborat.



3-rasm. Sintetik ta'sir ostidagi natijalar: a — zamin tezlanishi; b — platforma siljishi va ustki konstruksiya deformatsiyasi; c — jami tayanch kuchi–siljish bog'lanishi; d — ustki massa mutlaq tezlanishi.

2-jadval

Bir xil sintetik ta'sir ostidagi modellarni taqqoslash

Ko'rsatkich	Qo'zg'almas asosli	Izolyatsiyalangan	Kamayish
Ustki konstruksiya maksimal deformatsiyasi, mm	29,010	5,707	80,33 %
Ustki massa maksimal mutlaq tezlanishi, m/s ²	4,589	0,905	80,27 %

Izoh: kamayish foizlari yaxlitlanmagan hisoblash natijalari asosida aniqlangan.



Platformaning maksimal siljishi 54,12 mm ga yetdi. Ustki konstruksiya deformatsiyasining 5,71 mm gacha kamayishi izolyatsiya sathidagi siljish bilan birga kuzatildi. Shu sababli ushbu ikki ko'rsatkich turli konstruktiv talablarni ifodalaydi va alohida baholanadi.

Jami tayanch kuchining maksimal moduli 91,56 kN, ishqalanish orqali dissipatsiyalangan energiya 133,87 kJ bo'ldi. 3-rasmning c qismi ishqalanish va qaytaruvchi prujinaning birgalikdagi qarshiligini ko'rsatadi. Jami kuchni faqat ishqalanish kuchi sifatida talqin qilib bo'lmaydi: ishqalanish kuchining chegarasi 53,955 kN ga teng.

Grafiklarda tashqi ta'sir tugagandan keyin tebranishlarning so'nishi kuzatiladi. Hisoblashning 40-sekundida platforma siljishi 0,361 mm, ikkala massaning tezlik modullari esa 10^{-6} m/s dan kichik bo'ldi. Bu qoldiq siljish bahosi tanlangan boshlang'ich bikrlilik va hisoblash sharoitiga tegishli.

Sonli yaqinlashuv va model parametriga sezgirlik

3-jadval

Vaqt qadami kichraytirilganda maksimal javoblarning o'zgarishi

Vaqt qadami, s	Platforma siljishi, mm	Deformatsiya, mm	Mutlaq tezlanish, m/s ²	Tayanch kuchi, kN
0,01000	54,0788	5,7624	0,91408	91,5301
0,00500	54,1034	5,7181	0,90758	91,5471
0,00250	54,1134	5,7099	0,90585	91,5541
0,00125	54,1207	5,7072	0,90545	91,5592

Oxirgi ikki vaqt qadamida platforma siljishi, ustki konstruksiya deformatsiyasi, mutlaq tezlanish va jami tayanch kuchi orasidagi nisbiy farqlar mos ravishda 0,0135; 0,0458; 0,0441 va 0,0056 % ni tashkil etdi. Har bir farq eng kichik vaqt qadamidagi qiymatga nisbatan hisoblandi. Energiya balansining nisbiy maksimal qoldig'i 0,01 s qadamda 0,0144 %, 0,00125 s qadamda esa 0,000252 % bo'ldi.

Nol tashqi ta'sir ostida modelning tinch holatda qolishi tekshirildi. Boshlang'ich bikrlilik oshirilgan hisoblashda qarshilik kuchi belgilangan F chegarasidan oshmasligi ham tekshirildi. Mazkur tekshiruvlar sonli amalga oshirishning izchilligini baholaydi; ular tajribaviy validatsiya o'rnini bosmaydi.



4-jadval

Boshlang'ich bikrlikning javob ko'rsatkichlariga ta'siri

Ko'rsatkich	$k_i = 10^8 \text{ N/m}$	$k_i = 2 \cdot 10^8 \text{ N/m}$
Platforma maksimal siljishi, mm	54,121	53,960
Ustki konstruksiya maksimal deformatsiyasi, mm	5,707	5,650
Ustki massa maksimal mutlaq tezlanishi, m/s^2	0,905	0,896
40 s dagi platforma siljishi, mm	0,361	0,802

Boshlang'ich bikrlik ikki baravar oshirilganda maksimal javoblar nisbatan kam o'zgardi, biroq yakuniy platforma siljishining sezgirligi yuqoriroq bo'ldi. Shuning uchun qoldiq siljishni baholashda faqat vaqt qadami bo'yicha yaqinlashuv bilan cheklanish yetarli emas.

XULOSA VA TAKLIFLAR

1. Quruq ishqalanish elementi va qaytaruvchi prujinali ikki massali model uchun Newmark usuliga asoslangan hisoblash tartibi ishlab chiqildi. Tanlangan sintetik ta'sirda ustki konstruksiya maksimal deformatsiyasi 80,33 %, mutlaq tezlanishi 80,27 % ga kamaydi.
2. Platformaning maksimal siljishi 54,12 mm, jami tayanch kuchi 91,56 kN va ishqalanish orqali dissipatsiyalangan energiya 133,87 kJ bo'ldi. Platforma siljishi konstruktiv bo'shliqning loyihaviy o'lchamini bevosita belgilamaydi; buning uchun qo'shimcha hisoblash holatlari talab etiladi.
3. Oxirgi ikki vaqt qadamidagi asosiy maksimal javoblar farqi 0,05 % dan oshmadi. Biroq element boshlang'ich bikrligining o'zgarishi yakuniy siljishga sezilarli ta'sir ko'rsatdi. Sonli tekshiruvda vaqt qadami va boshlang'ich bikrlik ta'sirini alohida baholash zarur.
4. Natijalar bitta sintetik signal, bir yo'nalishli harakat va o'zgaras normal kuch farazi bilan cheklangan. Keyingi bosqichda haqiqiy akselerogrammalar, tajriba ma'lumotlari, ko'p qavatli model va ikki yo'nalishli ta'sir orqali tekshiruvni kengaytirish tavsiya etiladi.



FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Flat Slider Bearing Element // OpenSees Wiki. – URL:
https://opensees.berkeley.edu/wiki/index.php/Flat_Slider_Bearing_Element
(murojaat sanasi: 08.10.2026).
2. Single Friction Pendulum Bearing Element // OpenSees Documentation. – URL:
<https://opensees.github.io/OpenSeesDocumentation/user/manual/model/elements/SingleFrictionPendulumBearing.html> (murojaat sanasi: 08.10.2026).
3. FPBearingPTV Element // OpenSees Wiki. – URL:
<https://opensees.berkeley.edu/wiki/index.php/FPBearingPTV> (murojaat sanasi: 08.10.2026).
4. Mosqueda G., Whittaker A. S., Fenves G. L. Characterization and Modeling of Friction Pendulum Bearings Subjected to Multiple Components of Excitation // Journal of Structural Engineering. – 2004. – Vol. 130, No. 3. – P. 433–442. – DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2004)130:3(433).
5. Mokha A., Constantinou M., Reinhorn A. Teflon Bearings in Base Isolation I: Testing // Journal of Structural Engineering. – 1990. – Vol. 116, No. 2. – P. 438–454. – DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1990)116:2(438).
6. Constantinou M., Mokha A., Reinhorn A. Teflon Bearings in Base Isolation II: Modeling // Journal of Structural Engineering. – 1990. – Vol. 116, No. 2. – P. 455–474. – DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1990)116:2(455).
7. Kumar M., Whittaker A. S., Constantinou M. C. Characterizing Friction in Sliding Isolation Bearings // Earthquake Engineering & Structural Dynamics. – 2015. – Vol. 44, No. 9. – P. 1409–1425. – DOI: 10.1002/eqe.2524.
8. Drazin P. L., Govindjee S. A Nonlinear Kinetic Model for Multi-Stage Friction Pendulum Systems: PEER Report 2017/07. – Berkeley: Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, 2017. – URL:
<https://peer.berkeley.edu/publications/2017-07> (murojaat sanasi: 08.10.2026).
9. Coulomb Friction // OpenSees Wiki. – URL:
https://opensees.berkeley.edu/wiki/index.php/Coulomb_Friction (murojaat sanasi: 08.10.2026).
10. Newmark Method // OpenSees Wiki. – URL:
https://opensees.berkeley.edu/wiki/index.php/Newmark_Method (murojaat sanasi: 08.10.2026).