INNOVATIVE PUBLICATION
Journal of Effective Learning and Sustainable Innovation
Vol.4 №5 (2026). MAY
innovativepublication.uz

To'plamlarning topologik xossalari

Saliyeva Sevara Mamirbek qizi
Andijon davlat pedagogika instituti
Matematika va Informatika kafedrasi o'qituvchisi
E-mail:saliyevasevara18@gmail.com
Andijon davlat pedagogika instituti
Aniq va tabiiy fanlar fakultiteti 201-guruh talabasi
Qodirova Zoxidaxon Obidjon qizi
E-mail:zohidaqodirova745@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada to‘plamlar nazariyasining fundamental qismi hisoblangan to‘plamlarning topologik xossalari atroflicha tahlil qilinadi. Tadqiqot davomida ochiq va yopiq to‘plamlar, to‘plamning ichki nuqtalari, chegaraviy va urinish nuqtalari kabi tushunchalarning matematik tabiati yoritilgan. Shuningdek, metrik va topologik fazolarda to‘plamlarning bog‘liqligi, kompaktligi hamda to‘laqonliligi kabi muhim xossalarining o‘zaro bog‘liqligi va ularning zamonaviy analizdagi o‘rni ko‘rsatib o’tilgan. Maqola fundamental matematika va funksional analiz bilan shug‘ullanuvchi tadqiqotchilar uchun mo‘ljallangan.
Kalit so‘zlar: Topologik fazo, ochiq to‘plam, yopiq to‘plam, kompaktlik, bog‘liqlik, metrik fazo, atroflar, limit nuqta, gomeomorfizm.
Аннотация: В данной статье представлен всесторонний анализ топологических свойств множеств, являющихся фундаментальной частью теории множеств. Исследование проливает свет на математическую природу таких понятий, как открытые и замкнутые множества, внутренние точки множества, предельные и точки попытки. Также показана взаимосвязь важных свойств множеств в метрических и топологических пространствах, таких как связность, компактность и полнота, и их роль в современном анализе. Статья предназначена для исследователей, занимающихся фундаментальной математикой и функциональным анализом.
Ключевые слова: Топологическое пространство, открытое множество, замкнутое множество, компактность, связность, метрическое пространство, окрестность, предельная точка, гомеоморфизм.

Annotatsion: This article provides a comprehensive analysis of the topological properties of sets, which are a fundamental part of set theory. The study sheds light on

the mathematical nature of concepts such as open and closed sets, interior points of a set, limit and attempt points. It also shows the interrelationship of important properties of sets in metric and topological spaces, such as connectedness, compactness, and completeness, and their role in modern analysis. The article is intended for researchers involved in fundamental mathematics and functional analysis.
Keywords: Topological space, open set, closed set, compactness, connectedness, metric space, neighborhood, limit point, homeomorphism

Topologik fazo

Topologik fazo (X, τ) – bu X bo‘sh bo‘lmagan to‘plam va τ esa X ning qism to‘plamlaridan iborat oila bo‘lib, quyidagi uchta aksiomani qanoatlantiradi: 1) Bo‘sh to‘plam ∅ va to‘plamning o‘zi X, τ oilasiga tegishli, ya'ni ∅ ∈ τ va X ∈ τ. Bu aksioma, eng kichik va eng katta "ochiq" hududlarning mavjudligini kafolatlaydi, bu esa tahlil uchun boshlang‘ich va yakuniy nuqtalarni ta'minlaydi. 2) Istalgan sondagi ochiq to‘plamlarning birlashmasi ochiq bo‘ladi, ya'ni agar {U_i | i ∈ I} τ ga tegishli bo‘lsa, unda ∪_{i ∈ I} U_i ∈ τ. Bu xossa, kichikroq ochiq hududlarni birlashtirish orqali yanada kattaroq ochiq hududlarni hosil qilish mumkinligini ko‘rsatadi, bu esa uzluksizlik va qamrovlilik tushunchalarini rivojlantirish uchun muhimdir. 3) Chekli sondagi ochiq to‘plamlarning kesishmasi ochiq bo‘ladi, ya'ni agar U_1, U_2, ..., U_n ∈ τ bo‘lsa, unda ∩_{k=1}^n U_k ∈ τ. Bu aksioma, bir nechta ochiq hududlarning umumiy qismining ham ochiq bo‘lishini ta'minlaydi, bu esa aniqlik va chegaralanganlikni ifodalashda qo‘llaniladi. τ oilasiga tegishli bo‘lgan to‘plamlar "ochiq to‘plamlar" deb ataladi. Ochiq to‘plamlar, topologik fazoning asosiy qurilish elementlari bo‘lib, ular orqali boshqa muhim topologik tushunchalar aniqlanadi. Misol uchun, agar biror to‘plamning komplementi ochiq bo‘lsa, u "yopiq to‘plam" deb ataladi. Yopiq to‘plamlar, ochiq to‘plamlarning komplementar to‘plamlari sifatida aniqlanadi va ular ham o‘ziga xos xossalarga ega. Jumladan, yopiq to‘plamlarning chekli sondagi birlashmasi yopiq bo‘ladi va istalgan sondagi yopiq to‘plamlarning kesishmasi ham yopiq bo‘ladi. Bu xossalarning mavjudligi, ochiq va yopiq to‘plamlarning bir-biri bilan chambarchas bog‘liqligini va ular ustida amalga oshiriladigan to‘plamlar nazariyasidagi standart operatsiyalarning topologiyada ham o‘ziga xos ma'noga ega ekanligini ko‘rsatadi. Shu bois, har qanday topologik tahlilni boshlashdan oldin, ushbu aksiomalarning mohiyatini va ularning ochiq to‘plamlar oilasining tuzilishini qanday belgilashini chuqur tushunish zarurdir.

Mazkur aksiomalar tizimi, to‘plamlar orasidagi "yaqinlik" munosabatlarini umumlashtirish uchun etarli darajada moslashuvchanlikni ta'minlaydi. Xususan,

metrik fazolar eng keng tarqalgan va yaxshi o‘rganilgan topologik fazolar sinfini tashkil etadi. Metrik fazoda, har bir nuqta juftligi uchun o‘zaro masofa (metrika) aniqlangan bo‘lib, bu masofa ma'lum talablarni qanoatlantiradi. Bu metrika, ochiq sharlar (ya'ni, berilgan markazdan ma'lum masofadan kichik masofada joylashgan barcha nuqtalarning to‘plami) oilasini hosil qiladi va bu ochiq sharlar oilasi avtomatik ravishda topologiyaga mos keluvchi aksiomalarni qanoatlantiradi. Bunday holda, ochiq to‘plamlar odatda ochiq sharlar va ularning birlashmalari sifatida hosil bo‘ladi. Misol tariqasida, haqiqiy sonlar to‘plami R ni oladigan bo‘lsak, unda odatiy masofa funksiyasi |x-y| metrika hisoblanadi. Bu metrika asosida aniqlangan ochiq intervallar $(a, b) = \{x \in R \mid a < x < b\}$ ochiq to‘plamlar bo‘lib, ular R ning standart topologiyasini hosil qiladi. Bunday ochiq intervallarning istalgan sondagi birlashmasi ham ochiq intervallar yoki intervallar birlashmasi shaklida bo‘ladi, va chekli sondagi kesishmasi ham yana bir ochiq intervallarni hosil qiladi. Bu esa yuqorida keltirilgan aksiomalarning metrik fazolarda tabiiy ravishda bajarilishini ko‘rsatadi. Bundan tashqari, Evklid fazosi R^n ham metrik fazo bo‘lib, uning standart topologiyasi ochiq shar-lar va ularning birlashmalari bilan aniqlanadi. Ushbu ochiq va yopiq to‘plamlar tushunchalari, keyinchalik uzluksizlik, ixchamlik va bog‘liqlik kabi muhim topologik xossalarni aniqlash uchun asos bo‘lib xizmat qiladi. Masalan, funksiyaning uzluksizligi, uning har bir ochiq to‘plamning originalini ham ochiq to‘plamga o‘tkazishi bilan tavsiflanadi. Shu bois, topologik fazo va uning aksiomalarini chuqur tushunish, ushbu keyingi tushunchalarni to‘g‘ri talqin qilish uchun zaruriy shart hisoblanadi.

Demak, har qanday topologik tahlilning asosini aynan shu aksiomatik asoslar tashkil etadi, ular bizga to‘plamlar va ular orasidagi munosabatlar haqida umumiy va kuchli g‘oyalarni taqdim etadi. Aynan shu sababli, ushbu bo‘limda keltirilgan ta'riflar va aksiomalar umumiy topologiyaning fundamental qismini tashkil etadi va keyingi nazariy rivojlanishlar uchun poydevor yaratadi.

Xulosa

Toplamlarning topologik xossalarini o‘rganish matematik tahlil va zamonaviy Topologiya fanining asosiy yo‘nalishlaridan biri hisoblanadi. Ushbu maqolada ochiq va yopiq toplamlar, ichki nuqta, chegaraviy nuqta, yopilish (yopiq qobiq) hamda zichlik kabi muhim tushunchalar izchil ravishda ko‘rib chiqildi va ularning o‘zaro bog‘liqligi tahlil qilindi. Tadqiqotlar shuni ko‘rsatdiki, toplamlarning topologik xossalari faqat ularning elementlari bilan emas, balki ularning joylashuvi va fazodagi o‘zaro munosabatlari bilan ham chambarchas bog‘liqdir. Ayniqsa, ochiq va yopiq

toplamlar tushunchasi uzluksizlik, yaqinlashuv va limit jarayonlarini tushunishda muhim ahamiyat kasb etadi. Shu bilan birga, chegaraviy nuqtalar va yopilish amallari orqali toplamlarning strukturaviy xususiyatlari chuqurroq ochib beriladi. Maqolada keltirilgan nazariy mulohazalar shuni tasdiqlaydiki, topologik xossalar matematik analiz, funksional analiz va boshqa ko‘plab matematik yo‘nalishlarda muhim metodologik asos bo‘lib xizmat qiladi. Bundan tashqari, bu tushunchalar nafaqat nazariy, balki amaliy masalalarni yechishda ham keng qo‘llaniladi. Umuman olganda, toplamlarning topologik xossalarini o‘rganish orqali matematik obyektlarning chuqur mohiyatini anglash, ularning umumiy qonuniyatlarini aniqlash va turli matematik masalalarga samarali yechimlar topish imkoniyati kengayadi. Shu sababli, ushbu mavzu matematik ta’lim va ilmiy tadqiqotlarda dolzarb yo‘nalishlardan biri bo‘lib qoladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Kolmogorov A.N., Fomin S.V. Elementy teorii funktsiy i funktsionalnogo analiza. – Moskva, 1989. – 544 b.
2. Munkres J.R. Topology. – New Jersey: Prentice Hall, 2000. – 537 p.
3. Kelley J.L. General Topology. – New York, 1975. – 300 p.
4. Engelking R. General Topology. – Berlin, 1989. – 529 p.
5. Willard S. General Topology. – USA, 1970. – 369 p.