



TANGENS NORMAL VA BINORMAL VEKTORLARI NAZARIYASI

Saliyeva Sevara Mamirbek qizi

Andijon davlat pedagogika instituti

Matematika va informatika kafedrası o'qituvchisi

E-mail:saliyevasevara18@gmail.com

Andijon davlat pedagogika instituti

Aniq va Tabiiy fanlar fakulteti

Matematika yo'nalishi 201-guruh talabasi

Akromova Rayxonoy Akmaljon qizi

E-mail:akramovarayhonoy7@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada fazoviy egri chiziqlarning asosiy geometrik xossalarini ifodalovchi tangens, normal va binormal vektorlar nazariyasi bayon etiladi. Egri chiziqning parametrik tenglamalari asosida ushbu vektorlarning aniqlanishi, ularning o'zaro bog'liqligi hamda Frenet–Serret formulalari orqali ifodalanishi ko'rib chiqiladi. Shuningdek, egrilik va burilish tushunchalari yoritilib, nazariyaning mexanika, fizika va muhandislik sohalaridagi amaliy qo'llanilishi keltiriladi. Mazkur maqola differensial geometriyaning muhim bo'limlaridan biri bo'lgan fazoviy egri chiziqlarni o'rganishga bag'ishlangan.

Kalit so'zlar: Tangens vektori, normal vektori, binormal vektori, fazoviy egri chiziq, differensial geometriya, Frenet–Serret formulalari, egrilik, torsiya, parametrik tenglama, yoq uzunligi.

Аннотация: В данной статье излагается теория векторов касательной, нормали и бинормали, выражающих основные геометрические свойства пространственных кривых. Рассматривается определение этих векторов на основе параметрических уравнений кривой, их взаимосвязь и выражение через формулы Френе-Серре. Также освещаются понятия кривизны и кручения, приводится практическое применение теории в области механики, физики и инженерии. Данная статья посвящена изучению пространственных кривых, являющихся одним из важных разделов дифференциальной геометрии.

Ключевые слова: Вектор касательной, нормальный вектор, бинормальный вектор, пространственная кривая, дифференциальная геометрия, формулы Френе-Серре, кривизна, кручение, параметрическое уравнение, длина дуги.

Annotation: This article presents the theory of tangent, normal, and binormal vectors that express the main geometric properties of spatial curves. The definition of these



vectors based on the parametric equations of the curve, their interrelationships, and their expression through the Frenet-Serret formulas are considered. Furthermore, the concepts of curvature and torsion are explained, and the practical application of the theory in the fields of mechanics, physics, and engineering is provided. This article is dedicated to the study of spatial curves, which is one of the important branches of differential geometry.

Key Words: Tangent vector, normal vector, binormal vector, space curve, differential geometry, Frenet-Serret formulas, curvature, torsion, parametric equation, arc length.

Fazoviy egri chiziqlar differensial geometriyaning muhim tushunchalaridan biri bo'lib, ular uch o'lchamli fazoda joylashgan chiziqlarning xossalarini o'rganishga xizmat qiladi. Egri chiziqlarni tahlil qilish orqali nafaqat ularning geometrik shakli, balki harakat jarayonidagi fizik xususiyatlarini ham aniqlash mumkin. Shu sababli, fazoviy egri chiziqlar nazariyasi matematikaning nazariy va amaliy yo'nalishlarida keng qo'llaniladi. Egri chiziqni chuqur o'rganish uchun uning har bir nuqtasidagi lokal xossalarini aniqlash muhim hisoblanadi. Bunday xossalarni ifodalashda tangens, normal va binormal vektorlar asosiy vosita sifatida xizmat qiladi. Tangens vektori egri chiziqning yo'nalishini, normal vektori uning egilish yo'nalishini, binormal vektori esa fazodagi burilishini tavsiflaydi. Ushbu uch vektor birgalikda egri chiziqning har bir nuqtasida ortonormal sistema hosil qilib, uning geometrik holatini to'liq ifodalab beradi. Mazkur mavzuning dolzarbligi shundaki, tangens, normal va binormal vektorlar nazariyasi nafaqat matematik masalalarni yechishda, balki mexanika, fizika, muhandislik va kompyuter grafikasi kabi sohalarda ham muhim ahamiyat kasb etadi. Masalan, jismlarning trayektoriyasi, harakat tezligi va tezlanishini aniqlashda ushbu vektorlardan keng foydalaniladi.

Asosiy qism: Fazoviy egri chiziqlarni chuqur o'rganishda ularning har bir nuqtasidagi lokal xossalarni aniqlash muhim ahamiyatga ega. Bunda tangens, normal va binormal vektorlar asosiy vosita sifatida qaraladi. Ushbu vektorlar egri chiziqning fazodagi yo'nalishi, egilishi va burilishini aniqlash imkonini beradi.

Fazoviy egri chiziq odatda parametr yordamida quyidagicha beriladi:

$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$$

Egri chiziqning tezlik vektori:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$$

Tangens vektori egri chiziqning har bir nuqtasida urinma yo'nalishni ifodalaydi:



$$\vec{T}(t) = \frac{\overrightarrow{dr}(t)}{dt}$$

Birlik tangens vektor:

$$\vec{e}_t = \frac{\vec{T}}{T}$$

Tangens vektorning asosiy xossalari:

1. Egri chiziqqa urinma bo'ladi.
2. Harakat yo'nalishini ko'rsatadi.
3. Tezlik vektori bilan mos keladi.

Egri chiziq faqat yo'nalishga ega emas, balki egiladi ham. Tangens vektorning o'zgarish tezligi orqali normal vektor aniqlanadi:

$$\vec{N}(t) = \frac{\overrightarrow{dT}(t)}{dt}$$

Birlik normal vektor :

$$\vec{e}_n = \frac{\vec{N}}{N}$$

Normal vektorning xossalari:

1. Tangens vektorga perpendikulyar
2. Egilish yo'nalishini ko'rsatadi
3. Egri chiziq markaziga qarab yo'naladi

Tangens va normal vektorlar orqali uchinchi vektor — binormal aniqlanadi:

$$\vec{B}(t) = \vec{T}(t) \cdot \vec{N}(t)$$

Birlik normal vektor:

$$\vec{e}_b = \vec{e}_t \cdot \vec{e}_n$$

Binormal vektorning xossalari:

1. Tangens va normal vektorlarga perpendikulyar
2. Fazodagi burilish yo'nalishini ko'rsatadi
3. Ortonormal uchlikni hosil qiladi

Egri chiziqning geometrik xossalarini yanada aniqroq ifodalash uchun egrilik va torsiya tushunchalari kiritiladi.

$$\text{Egrilik: } K = \left| \frac{d\vec{e}_t}{ds} \right|$$



$$\text{Torsiya(burilish): } \tau = -\frac{d\vec{e}_b}{ds} \cdot \vec{e}_n$$

Frenet-Serret formulalari. Tangens, normal va binormal vektorlar o‘zaro quyidagi formulalar bilan bog‘langan:

$$\frac{d\vec{e}_t}{ds} = k\vec{e}_n$$

$$\frac{d\vec{e}_b}{ds} = -\tau\vec{e}_n$$

Bu formulalar egri chiziqning lokal geometriyasini to‘liq ifodalaydi.

Xulosa

Asosiy qismda tangens, normal va binormal vektorlar tushunchalari, ularning matematik ifodasi va o‘zaro bog‘liqligi ko‘rib chiqildi. Ushbu vektorlar yordamida fazoviy egri chiziqlarning asosiy geometrik xossalari aniqlanadi hamda Frenet–Serret formulalari orqali yagona tizimga keltiriladi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

Do‘stmuhamedov A., “Oliy matematika kursi”, Toshkent, O‘qituvchi nashriyoti.

Sobolev S.L., “Differensial geometriya asoslari”, Moskva, Nauka.

Kreyszig E., “Advanced Engineering Mathematics”, John Wiley & Sons.

Struik D.J., “Lectures on Classical Differential Geometry”, Dover Publications.

O‘razboyev O., “Geometriya”, Toshkent, Universitet nashriyoti.

Spivak M., “A Comprehensive Introduction to Differential Geometry”, Publish or Perish.

Pressley A., “Elementary Differential Geometry”, Springer.