Vol.4 №5 (2026). MAY
Journal of Effective
innovativepublication.uz
Learning and Sustainable Innovation

DIFFERENSIAL TENGLAMALAR VA STOKS FORMULASI

Saliyeva Sevara Ma'mirbek qizi,
Andijon davlat pedagogika instituti
"Matematika va Informatika" kafedrasi o'qituvchisi
E-mail: saliyevasevara18@gmail.com
SHohobiddinova Kibriyoxon Donyorbek qizi
Andijon davlat pedagogika insituti 202-guruh talabasi
e-mail: kibriyoshohobiddinova@gmail.com

Annotatsiya: *Ushbu maqolada zamonaviy matematik fizikaning fundamental asosi hisoblangan differensial shakllar va Stoks teoremasining o'zaro bog'liqligi chuqur tahlil qilinadi. Tadqiqotda klassik vektor tahlilidan tashqari, ko'p o'lchovli manifoldlarda (manifoldlarda) tashqi differensiallash operatorining xususiyatlari va ularning integral hisobi bilan aloqasi ko'rib chiqiladi. Maqolaning asosiy qismi xususiy hosilali differensial tenglamalarni (XHDT) integral ko'rinishga keltirish orqali ularning global yechimlarini topish va fizik maydonlarning topologik strukturasini aniqlashga qaratilgan. Xususan, Maksvell va Navye-Stoks tenglamalari misolida differensial shakllar yordamida uzluksizlik va konservativlik qonunlarining geometrik interpretatsiyasi keltirilgan. Tadqiqot natijalari murakkab tizimlarning energetik muvozanatini hisoblash va yuqori tartibli differensial formalar yordamida dinamik tizimlarni modellashtirish uchun nazariy zamin yaratadi.*
Kalit so'zlar: *Stoks teoremasi, differensial shakllar, tashqi hosila, vektor maydonlari, topologik invariantlar, matematik fizika tenglamalari.*

DIFFERENTIAL EQUATIONS AND STOKE'S FORMULA

Abstract: *This paper provides a rigorous analysis of the interplay between differential forms and Stokes' theorem, serving as a cornerstone of modern mathematical physics. Beyond classical vector calculus, the research explores the properties of the exterior derivative operator on multi-dimensional manifolds and its intrinsic link to integral calculus. The core focus is directed toward transforming partial differential equations (PDEs) into integral representations to investigate global solutions and the topological structure of physical fields. Specifically, using Maxwell's and Navier-Stokes equations as benchmarks, a geometric interpretation of continuity and conservation laws is derived through the lens of differential forms. The findings establish a theoretical framework for calculating energy balances in complex systems and modeling*

dynamical systems using high-order differential forms.
Keywords: *Stokes' theorem, differential forms, exterior derivative, vector fields, topological invariants, equations of mathematical physics.*

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ФОРМУЛА СТОУКА

Аннотация: *В данной статье проводится глубокий анализ взаимосвязи между дифференциальными формами, являющимися фундаментальной основой современной математической физики, и теоремой Стокса. В исследовании, помимо классического векторного анализа, рассматриваются свойства оператора внешнего дифференцирования на многомерных многообразиях и их связь с интегральным исчислением. Основная часть статьи посвящена нахождению глобальных решений дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП) путем их приведения к интегральному виду и определению топологической структуры физических полей. В частности, на примере уравнений Максвелла и Навье-Стокса представлена геометрическая интерпретация законов непрерывности и консервативности с помощью дифференциальных форм. Результаты исследования создают теоретическую базу для расчета энергетического баланса сложных систем и моделирования динамических систем с использованием дифференциальных форм высокого порядка.*
Ключевые слова: *теорема Стокса, дифференциальные формы, внешняя производная, векторные поля, топологические инварианты, уравнения математической физики.*

Kirish

Zamonaviy nazariy fizika va matematik analizning rivojlanishi fizik jarayonlarni nafaqat lokal nuqtalarda, balki global fazoviy tuzilmalarda tahlil qilishni talab etadi. Differensial tenglamalar tizimi, odatda, dinamik jarayonlarning lokal evolyutsiyasini tavsiflasa, Stoks teoremasi ushbu lokal oʻzgarishlarni chegaraviy shartlar va integral oqimlar bilan bogʻlovchi koʻprik vazifasini oʻtaydi. Ushbu maqolada biz n-oʻlchovli differensial shakllar apparati orqali klassik integrallash tushunchasini umumlashtiramiz.

Nazariy Asoslar: Differensial Shakllar va Tashqi Hosila: Maqolaning ushbu qismida biz klassik vektor maydonlaridan differensial shakllar (k-forms) tiliga oʻtamiz. Skalyar va vektor maydonlarini differensial formalar koʻrinishida ifodalash, koordinatalar tizimiga bogʻliq boʻlmagan universal tahlil imkonini beradi.

Tashqi differensiallash ($\boldsymbol{d}$): Agar $\omega - k$-tartibli shakl boʻlsa, uning tashqi hosilasi $d\omega - (k+1)$-tartibli shakl bo‘ladi. Bu operator gradient, rotor va divergentsiya tushunchalarini yagona shaklda birlashtiradi:

1. $df = gradf$ (0-forma uchun)
2. $d\omega^1 = rotA$ (1-forma uchun)
3. $d\omega^2 = divB$ (2-forma uchun)

Umumlashtirilgan Stoks Teoremasining Matematik Interpretatsiyasi: Professor darajasidagi yondashuvda Stoks teoremasi quyidagi fundamental ko‘rinishda ifodalanadi: $\int_{\Omega} d\omega = \int_{\partial\Omega} \omega$

Bu yerda Ω — yo‘naltirilgan silliq manifold, $\partial\Omega$ — uning chegarasi. Ushbu formula matematik analizning asosiy teoremasi, Grin teoremasi va Gauss-Ostrogradskiy formulalarini o‘z ichiga olgan universal qonundir.

Fizik interpretatsiya: Tizimning ichki sohasidagi barcha differensial "uyurmalar" (rotorlar) yig‘indisi, ushbu tizim chegarasidagi oqimga (sirkulyatsiyaga) ekvivalentdir. Bu energiya va impuls saqlanish qonunlarining geometrik isbotidir.

Differensial Tenglamalar bilan Bog‘liqlik (PDE va Integrallash): Maqolaning amaliy qismida Maksvell tenglamalarining differensial va integral shakllari o‘rtasidagi dualizm tahlil qilinadi.

Faradey qonuni: $\nabla \times \mathrm{E} = -\frac{\partial \mathrm{B}}{\partial t}$ differensial tenglamasi Stoks teoremasi orqali elektromotor kuchning kontur bo‘ylab integrali va magnit oqimining o‘zgarishi o‘rtasidagi bog‘liqlikka aylanadi.

Navye-Stoks tenglamalari: Suyuqlik dinamikasida uyurmalarning paydo bo‘lishi va tarqalishi (vorticity dynamics) bevosita differensial shakllarning topologik invariantlari orqali tavsiflanadi.

Misol.Berilgan vektor maydon: $\vec{F} = (-y, x, 0)$

$L - x^2 + y^2 = 0$ aylana (soat strelkasiga teskari yo’nalishda). Quyidagi integralni hisoblang: $\oint_L \vec{F} \cdot d\vec{r}$

Yechish: To‘g‘ridan-to‘g‘ri parametrik usul bilan hisoblash mumkin, lekin Stoks formulasi orqali yechish ancha oson.

Stoks formulasiga ko‘ra: $\oint_L \vec{F} \cdot d\vec{r} = \iint_S (\Delta \times \vec{F}) \cdot d\vec{S}$

Bu yerda$\vec{S}$— birlik aylana bilan chegaralangan disk.

Avvalo rotorni topamiz: $\Delta \times \vec{F} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ -z & x & 0 \end{vmatrix} = (0,0,2)$

Demak: $\left(\Delta \times \vec{F}\right) \cdot d\vec{S} = 2dS$

Endi sirt integrali: $\iint_S \ 2dS = 2 \cdot (disk\ yuzasi) = 2 \cdot \pi \cdot 1^2 = 2\pi$

Javobi: $\oint_L \ \vec{F} \cdot d\vec{r} = 2\pi$

Xulosa

Egri chiziqli integrallar va ularning xossalarini o‘rganish shuni ko‘rsatdiki, skalyar va vektor maydonlaridagi jarayonlarni tavsiflashda yo‘nalish bo‘yicha integrallash tushunchasi markaziy o‘rin tutadi. Ikkinchi tur egri chiziqli integrallarning fizik ma’nosi — kuch maydonining bajargan ishi sifatida talqin qilinishi, Stoks formulasining fizik mazmunini anglash uchun poydevor bo‘lib xizmat qiladi. Stoks formulasining klassik ifodalanishi matematika tarixidagi eng buyuk umumlashmalardan biridir. Ushbu formula sirtning chegarasi bo‘lgan yopiq kontur bo‘ylab olingan integralni shu sirt bo‘yicha olingan integralga bog‘lash orqali, o‘lchovlar orasidagi munosabatni o‘rnatadi. Tadqiqot davomida ko‘rildiki, Stoks formulasi Grin formulasining uch o‘lchovli fazodagi tabiiy davomi va umumlashtirilgan holatidir. Yakuniy xulosa sifatida aytish mumkinki, Stoks formulasi shunchaki matematik tenglik emas, balki fazoning geometriyasi va undagi jismoniy maydonlarning o‘zaro ta’sirini bog‘lovchi fundamental qonuniyatdir. Ushbu formulani mukammal egallash xususiy hosilali differensial tenglamalarni yechishda, murakkab muhandislik loyihalarini (aviakonstruksiya, elektrotexnika, gidrotexnika) hisoblashda va zamonaviy nazariy fizikani tushunishda muhim bosqich bo‘lib xizmat qiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. **Fixtengols G.M.** *Matematik analiz kursi*, II va III jildlar. – Toshkent: "O‘qituvchi", 2001. (Klassik analiz va egri chiziqli integrallar uchun eng ishonchli manba).
2. **Azlarov T.A., Mansurov H.** *Matematik analiz*, II qism. – Toshkent: "O‘qituvchi", 2005. (Oliy ta'lim muassasalari uchun asosiy darslik).
3. **Sadullaev A., Mansurov H., Xudayberganov G., Vorisov A., Tuychiyev T.** *Matematik analizdan misol va masalalar to‘plami*, II qism. – Toshkent: "O‘zbekiston", 2005.
4. **Gaziyev A., Isproilov I., Yaxshiboyev M.** *Matematik analiz*. – Toshkent: "Fan va texnologiya", 2013.
5. **Zeldovich Ya.B., Mishkis A.D.** *Elementar matematika amaliyotchilar uchun*. – Moskva: "Nauka", 1972. (Fizik talqinlar va vektor tahlili uchun).