



EGRI CHIZIQLAR GEOMETRIYASI VA ASOSIY TUSHUNCHALAR

Saliyeva Sevara Ma'mirbek qizi,

Andijon davlat pedagogika instituti

“Matematika va Informatika” kafedrası o'qituvchisi

E-mail: saliyevasevara18@gmail.com

Xasanova Dilshunosxon Rahmatillo qizi

Andijon davlat pedagogika instituti

“Aniq va tabiiy “ fanlar fakulteti

Matematika yo`nalishi 2-kurs talabasi

xasanovadilshunosxon@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada differensial geometriya fanining poydevori hisoblangan egri chiziqlar nazariyasi, ularning matematik tabiati va fundamental xossalari atroflicha tahlil qilinadi. Tadqiqot davomida egri chiziqlarning parametrik ko'rinishda berilishi, yoy uzunligi, urinma va normal tushunchalari kabi tayanch elementlarga alohida e'tibor qaratilgan. Maqolaning asosiy mazmunini egri chiziqning fazoviy holatini xarakterlovchi Frenet-Serre formulalari, egrilik va buralish koeffitsiyentlarining geometrik hamda mexanik talqinlari tashkil etadi. Shuningdek, maqolada tekislikdagi va fazodagi egri chiziqlarning o'ziga xos xususiyatlari qiyosiy o'rganilib, ularning zamonaviy muhandislik, kompyuter grafikasi va nazariy fizika sohalaridagi amaliy ahamiyati yoritib berilgan. Xulosa qismida egri chiziqlar geometriyasining sirtlar nazariyasini o'rganishdagi o'rni va roli dalillangan.

Kalit so'zlar. Egri chiziq, egrilik, egrilik radiusi, buralish yoy uzunligi, urinma, bosh normal, binormal, parametric tenglama, fazoviy egri chiziqlar, yassi egri chiziqlar.

Abstract. This article provides a detailed analysis of the theory of curves, which is considered the foundation of differential geometry, their mathematical nature and fundamental properties. During the study, special attention is paid to such basic elements as the parametric representation of curves, the concepts of arc length, strain and normal. The main content of the article is the Frenet-Serre formulas characterizing the spatial position of a curve, geometric and mechanical interpretations of the coefficients of curvature and torsion. The article also comparatively studies the specific properties of curves in the plane and in space, and highlights their practical significance in the fields of modern engineering, computer graphics and theoretical physics. The conclusion proves the place and role of the geometry of curves in the study of surface theory.



Keywords. Curve, curvature, radius of curvature, arc length of torsion, strain, principal normal, binormal, parametric equation, spatial curves, plane curves.

Аннотация. В данной статье представлен подробный анализ теории кривых, которая считается основой дифференциальной геометрии, их математической природы и фундаментальных свойств. В ходе исследования особое внимание уделяется таким базовым элементам, как параметрическое представление кривых, понятия длины дуги, деформации и нормали. Основное содержание статьи – формулы Френе-Серра, характеризующие пространственное положение кривой, геометрические и механические интерпретации коэффициентов кривизны и кручения. В статье также сравнительно изучаются специфические свойства кривых на плоскости и в пространстве, и подчеркивается их практическое значение в областях современной техники, компьютерной графики и теоретической физики. В заключении доказывається место и роль геометрии кривых в изучении теории поверхностей.

Ключевые слова: Кривая, кривизна, радиус кривизны, длина дуги кручения, деформация, главная нормаль, бинормаль, параметрическое уравнение, пространственные кривые, плоские кривые.

Egri chiziqlar geometriyasi bugungi kunda ham fundamental fanlarda, ham yuqori texnologiyali amaliy sohalarda o'zining strategik ahamiyatini saqlab kelmoqda. Ushbu sohaning dolzarbligi, eng avvalo, ob'ektlarning fazoviy shakllarini matematik modellashtirishga bo'lgan ehtiyojning ortishi bilan belgilanadi. Zamonaviy muhandislikda, xususan, aviasozlik, kemasozlik va avtomobil sanoatida murakkab aerodinamik shakllarni yaratish egri chiziqlarning egriligi va silliqiligi kabi tushunchalarga tayanadi. Kompyuter yordamida loyihalash (CAD) tizimlarida Bezye va splayn egri chiziqlaridan foydalanish mahsulotlarning nafaqat estetik ko'rinishini, balki ularning fizik chidamliligi va funkcionalligini ham ta'minlaydi. Ikkinchi tomondan, egri chiziqlar geometriyasi zamonaviy fizika va kosmologiyaning tilidir. Umumiy nisbiylik nazariyasida fazo-vaqtning egriligi koinotning global tuzilishini tushuntirib beradi, bu esa geometrik tushunchalarni makrodunyo qonuniyatlarini o'rganishda asosiy vositaga aylantiradi. Shu bilan birga, mikroalamda — molekulyar biologiya va genetikada DNK spirallarining buralishini hisoblash, oqsillarning murakkab geometrik shakllarini tahlil qilish tibbiyotning yangi ufqlarini ochmoqda. Differensial geometriya usullari tasvirlarni raqamli qayta ishlash, tibbiy vizualizatsiya (MRT va KT) hamda robotlarning harakat trayektoriyasini optimallashtirishda ham hal qiluvchi rol o'ynaydi.



Shuningdek, ushbu mavzu matematik ta'lim tizimida tahliliy fikrlashni va fazoviy tasavvurni shakllantirishda muhim bo'g'in bo'lib xizmat qiladi. Egri chiziqlarning differensial xossalarini o'rganish matematik analiz, chiziqli algebra va topologiya kabi sohalarni yagona mantiqiy tizimga birlashtiradi. Raqamli texnologiyalar va sun'iy intellekt jadal rivojlanayotgan hozirgi davrda, ob'ektlarning geometrik xarakteristikalarini aniq hisoblash algoritmlari har qanday innovatsion loyihaning ajralmas qismiga aylangan. Shunday qilib, egri chiziqlar geometriyasi sof nazariy fan doirasidan chiqib, zamonaviy ilm-fanning barcha jabhalarida qo'llaniladigan universal metodologik asosga aylandi.

Egri chiziq- tog'ri chiziqdan farqli o'laroq, yo'nalishi uzluksiz o'zgarib turadigan nuqtalar to'plamidir. Ular qonuniy (aniq formula bilan ifodalanadigan) va qonunsiz (tartibsiz) turlarga bo'linadi. Asosiy turlariga algebraik (ellips, parabola, giperbola) va transsendent (sinusoida, logarifm) chiziqlar, shuningdek tekis va fazoviy shakllar kiradi.

Geometrik nuqtai nazarda, egri chiziq-fazoda yoki tekislikda biror nuqtaning harakatlanishi trayektoriyasini ifodalaydi.

Matematikada egri chiziq ko'pincha $y = f(x)$ tenglama yoki $x(t), y(t), z(t)$ parametrik tenglamalar orqali tasvirlanadi.

Egri chiziq turlarini tasnifi: 1) Algebraik egri chiziqlar: Tenglamasi algebraik kunksiya (ko'phad) orqali ifodalanadi (masalan, aylana, ellips, parabola,)

2) Transsendent egri chiziqlar: Tenglamasi trigonometric, logarifm yoki ko'rsatkichli funksiyalarni o'z ichizga oladi (masalan, $y = \sin(x)$)

Joylashuviga ko'ra:

1) Tekis egri chiziqlar: Barcha nuqtalari bitta tekislikda yotadi.

2) Fazoviy egri chiziqlar: Nuqtalari turli tekisliklarda joylashib, uch o'lchovli fazoda harakatlanadi.

3) Yopiq egri chiziqlar: Boshlang'ich va oxirgi nuqtalari ustma-ust tushadi (masalan, aylana, ellips .

4) Ochiq egri chiziqlar: cheksizlikka davom etishi mumkin (masalan, parabola, giperbola)

Fazodagi (yoki tekislikdagi) γ to'plam birorta ochiq intervalning topologik (gomemorf) akslantirishdagi aksi bo'lsa ya'ni birorta $f: (a; b) \rightarrow \mathbf{R}^3$ akslantirish uchun, $f((a; b)) = \gamma$ tenglik o'rinli bo'lib, $f: (a; b) \rightarrow \gamma$ topologik akslantirish bo'lsa γ elementlar egri chiziq deb ataladi.

Bu ta'rifga ko'ra ,ochiq $(a; b)$ intervalga tegishli ixtiyoriy t nuqtaga mos keluvchi



nuqtani $\gamma(t)$ bilan belgilasak, bu nuqtaning koordinatalarini $x(t), y(t), z(t)$ funksiyalar bilan belgilasak, u holda

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad a < t < b \quad (1)$$

tenglamalar γ chiziqning parametrik tenglamalari deyiladi.

Differensial geometriya tenglama kursida egri chiziq parametrik tenglamalar yordamida o'rganiladi, ya'ni γ chiziqni aniqlovchi fakslantirish tanlanib, uning parametrik tenglamalari yoziladi, bu holda γ parametrlangan elementlar egri chiziq deb ataymiz

Xulosa qilib aytganda, Ushbu maqolada differensial geometriyaning muhim bo'limlaridan biri bo'lgan egri chiziqlar egriligi tushunchasi nazariy va amaliy jihatdan atroflicha o'rganildi. Tadqiqot jarayonida egrilikning matematik mazmuni, uning geometrik talqini hamda egri chiziq shakli bilan uzviy bog'liqligi batafsil tahlil qilindi.

Egri chiziqning har bir nuqtasida uning burilish darajasi turlicha bo'lishi mumkinligi aniqlandi. Aynan shu burilish intensivligini ifodalovchi kattalik egrilik deb atalishi va u chiziqning geometrik tabiatini chuqurroq anglash imkonini berishi ko'rsatib berildi. Tahlillar shuni ko'rsatdiki, egrilik egri chiziqning silliqdigi, keskin burilishi yoki tekisligi haqida aniq tasavvur hosil qilishga yordam beradi.

Ish davomida tekislikdagi egri chiziqlar hamda fazodagi egri chiziqlar alohida ko'rib chiqildi. Tekislikdagi chiziqlarda egrilik chiziqning yo'nalish o'zgarishi bilan bog'liq bo'lsa, fazodagi chiziqlarda esa bu jarayon yanada murakkabroq bo'lib, uch o'lchovli fazoda yo'nalishning o'zgarishi bilan izohlanadi. Bu esa egrilik tushunchasining fazoviy geometriyada naqadar muhim ekanligini ko'rsatadi.

Shuningdek, egri chiziqning ma'lum nuqtasida unga eng yaxshi yaqinlashuvchi aylana mavjud bo'lishi va ushbu aylana orqali chiziqning burilish darajasi aniqlanishi tushuntirib berildi. Bu holat egrilikning faqat algebraik yoki analitik emas, balki aniq geometrik ma'noga ega ekanligini isbotlaydi. Egri chiziq qanchalik keskin burilsa, unga mos keluvchi aylananing radiusi shunchalik kichik bo'ladi. Aksincha, chiziq tekisroq bo'lsa, bu radius kattalashadi.



Foydalanilgan adabiyotlar

1. Narmonov A.Y Analitik geometriya.Toshkent 2006-yil.
2. Dodajonov N.D.,Jo‘rayeva M.SH Geometriya 1-qism. “O‘qituvchi” nashriyoti, 1982- yil
3. Baxvalov S.V., Modenov P.S.,Parxomenko A.S. Analitik geometriyadan masalalar to‘plami. Toshkent, 2005 .
4. SHaripov. A.S Ikkinchi tartibli chiziqlarning tadbiqlari 2023-yil.
5. B.A.Xudayarov. Matematika 1-qism.Chiziqli algebra va analitik geometriya.Toshkent 2018-yil.
6. B.A.Xudayarov. “Matematikadan misol va masalalar to‘plami”. Toshkent 2018-yil.

Foydalanilgan internet saytlari ro‘yxati

1. Mathway (<https://www.mathway.com/>)
2. Math Stack Exchange (<https://math.stackexchange.com/>)
3. Wolfram MathWorld (<https://mathworld.wolfram.com/>)