

***KOORDINATA TIZIMLARINING O'ZGARISHI VA TENZORLAR******Saliyeva Sevara Ma'mirbek qizi****Matematika va Informatika kafedrası o'qituvchisi, Andijon davlat pedagogika instituti,**E-mail: saliyevasevara18@gmail.com****Mo`ydinova Xadichaxon Ma'rufjon qizi****Aniq va tabiiy fanlar fakulteti Matematika yo`nalishi 202-guruh talabasi**E-mail: moydinova2204@gmail.com*

Annotatsiya: Mazkur mavzu doirasida vektor va tenzor miqdorlarning bir koordinata tizimidan boshqasiga o'tishdagi transformatsiya qonuniyatlari o'rganiladi. Asosiy e'tibor skalyar, vektor va yuqori tartibli tenzorlarning kovariant hamda kontravariant tarkibiy qismlariga, shuningdek, bazis vektorlarining o'zgarishiga qaratilgan. Tenzorlar - bu nafaqat sonlar to'plami, balki koordinatalar almashganda ma'lum bir chiziqli qonuniyatiga bo'ysunuvchi geometrik ob'ektlar ekanligi asoslab beriladi. Bu tushunchalar nazariy mexanika, nisbiylik nazariyasi va tutsh muhitlar mexanikasining fundamental asosi hisoblanadi.

Kalit so'zlar: koordinatalar transformatsiyasi, kovariant tenzor, kontravariant tenzor, metrik tenzor, tenzor tartibi, bazis vektorlari, invariant miqdor, chiziqli algebraning tenzor ko'paytmasi

Transformation of Coordinate Systems and Tensors

Abstract: This topic explores the transformation laws of vector and tensor quantities during the transition from one coordinate system to another. The primary focus is on the covariant and contravariant components of scalars, vectors, and higher-order tensors, as well as the transformation of basis vectors. It is established that tensors are not merely sets of numbers, but geometric objects that obey specific linear transformation laws when coordinates change. These concepts serve as a fundamental basis for theoretical mechanics, the theory of relativity, and continuum mechanics.

Keywords: coordinate transformation, covariant tensor, contravariant tensor, metric tensor, tensor rank, basis vectors, invariant quantity, tensor product of linear algebra.

Преобразование систем координат и тензоры

Аннотация: В рамках данной темы изучаются закономерности трансформации векторных и тензорных величин при переходе из одной системы координат в другую. Основное внимание уделяется ковариантным и контрвариантным

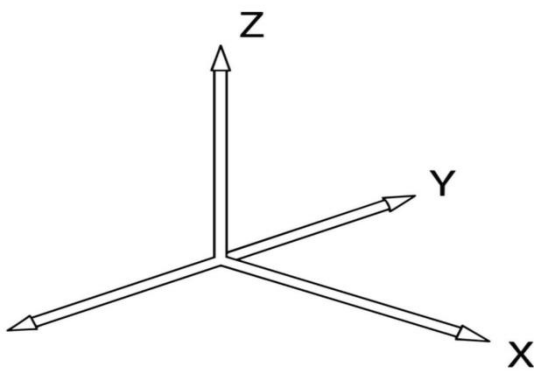


составляющим скаляров, векторов и тензоров высших порядков, а также изменению базисных векторов. Обосновывается, что тензоры — это не просто наборы чисел, а геометрические объекты, подчиняющиеся определенным линейным законам при смене координат. Эти понятия являются фундаментальной основой теоретической механики, теории относительности и механики сплошных сред.

Ключевые слова: трансформация координат, ковариантный тензор, контрвариантный тензор, метрический тензор, ранг тензора, базисные векторы, инвариантная величина, тензорное произведение линейной алгебры.

Kordinata tizimlari tushunchasi

Koordinata tizimlari — bu tekislikdagi yoki fazodagi nuqtaning o‘rnini sonlar (koordinatalar) yordamida aniq belgilash usulidir. Bu tushuncha geometriya va fizikani bog‘lovchi asosiy ko‘prik hisoblanadi. Eng ko‘p qo‘llaniladigan koordinata tizimlarini ko‘rib chiqadigon bo‘lsak. **Dekart koordinatalar tizimi:** bu eng keng tarqalgan tizim bo‘lib, u o‘zaro perpendikulyar bo‘lgan o‘qlardan tashkil topadi. Tekislikda (2D): Ikkita o‘qdan iborat: Ox (abssissa) va Oy (ordinata). Har bir nuqta (x, y) juftligi bilan



aniqlanadi, fazoda esa (3D): Uchta o‘qdan iborat: Ox, Oy va Oz (applikata). Nuqta (x, y, z) ko‘rinishida belgilanadi.

Qutb koordinatalar tizimi: Tekislikdagi nuqta burchak va masofa orqali aniqlanadi. Bu tizim aylana bo‘ylab harakat yoki simmetrik shakllarni o‘rganishda juda qulay. Qutb (O): Koordinata boshi. Qutb o‘qi: Yo‘naltirilgan nur. Koordinatalar:

(r, ϕ), bu yerda r — nuqttagacha bo‘lgan masofa, ϕ — qutb o‘qi bilan hosil qilingan burchak.

Misollar.

1. Bizga \vec{x} vektor berilgan bo‘lsa, har bir $\omega \in V^*$ chiziqli forma uchun $\omega(\vec{x})$ skalyar miqdor bo‘ladi. Demak \vec{x} vektorni $\vec{x}: V^* \rightarrow R^1$ funktsiya sifatida qarashimiz mumkin. Shuning uchun vektor (0,1) tipdagi tenzor bo‘ladi.

2. Har bir $\omega: V \rightarrow R^1$ chiziqli forma (1,0) tipdagi tenzordir. Chiziqli forma kovektor deb ham ataladi.

3. Regulyar Φ sirtning $p(u_0, v_0)$ nuqtasidagi birinchi kvadratik formasi



$\{g_{ij}\}$ matritsa bilan, ikkinchi kvadratik formasi $\{q_{ij}\}$ matritsa bilan berilsa,

$$(\vec{a}, \vec{b}) \in T_p \Phi \times T_p \Phi \rightarrow g_{ij} a^i b^j$$

$$(\vec{a}, \vec{b}) \in T_p \Phi \times T_p \Phi \rightarrow q_{ij} a^i b^j$$

funksiyalar (2,0) tipdagi tenzorlar bo'ladi. Bu erda $\{a^i\}, \{b^j\}$ sonlari mos ravishda \vec{a} va \vec{b} vektorlarning koordinatalaridir. Hamma (r, s) tipli tenzorlar to'plamini $T_s^r(V)$ deb belgilaymiz.

Ikkita (r, s) tipdagi T, S tenzorlar va haqiqiy λ son uchun chiziqli amallar quyidagicha aniqlanadi:

$$(T, S)(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_r, \omega^1, \omega^2, \dots, \omega^s)$$

$$= T(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_r, \omega^1, \omega^2, \dots, \omega^s) + S(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_r, \omega^1, \omega^2, \dots, \omega^s)$$

$$(\lambda T)(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_r, \omega^1, \omega^2, \dots, \omega^s) = \lambda T(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_r, \omega^1, \omega^2, \dots, \omega^s).$$

Sirtlarda tenzor maydonlar

Regulyar ϕ sirt berilgan bo'lib, u

$$\vec{r} = \vec{r}(u, v), \quad (u, v) \in G$$

tenglama yordamida parametrlangan bo'lsin. Har bir $p(u, v)$ nuqta uchun sirtning shu nuqtadagi urinma fazosini $T_p \phi$ bilan belgilagan edik. Urinma fazoga qo'shma $T_p^* \phi$ fazoni bilan belgilab, (r, s) tipdagi tenzorni

$$R(u, v): T_p \phi \times T_p \phi \times \dots \times T_p \phi \times T_p^* \phi \times T_p^* \phi \times \dots \times T_p^* \phi \rightarrow R^1$$

akslantirish sifatida aniqlaymiz.

Misollar.

1. Sirta aniqlangan vektor maydon (0,1) tipdagi tenzor maydonga misol bo'ladi.
2. Sirta aniqlangan chiziqli forma maydoni (1,0) tipdagi tenzor maydondir.
3. Sirtning 1 chi va 2 chi kvadratik formalari sirt (2,0) tipdagi tenzor maydonlarni aniqlaydi.

Agar $\vec{a} = \{a^1, a^2\}$, $\vec{b} = \{b^1, b^2\}$ vektor maydonlar, $\{g_{ij}\}$, $\{q_{ij}\}$ matritsalar mos ravishda 1-chi va 2-kvadratik formalari matritsalar bo'lsa,

$$T_1(\vec{a}, \vec{b}) = \sum_{ij} g_{ij} a^i b^j, \quad T_2(\vec{a}, \vec{b}) = \sum_{ij} q_{ij} a^i b^j$$

formular

$$T_1, T_2: T_p \phi \times T_p \phi \rightarrow R^1$$

tenzor maydonlarni aniqlaydi.

Fazoda tenzor maydonlar

Fazoda $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ nuqta berilgan bo'lsa, boshi shu nuqtaga qo'yilgan



vektorlar to'plami chiziqli R^n fazoni tashkil etadi. Bu vektorlar fazosini $T_x R^n$ bilan belgilaymiz.

Bizga $G \subseteq R^n$ soha berilib, uning har bir nuqtasiga bitta $S_x \in T_r^s(T_x R^n)$ tenzor mos qo'yilgan bo'lsa, G sohada (r, s) tipdagi $S: x \rightarrow S_x$ tenzor maydon berilgan deyiladi. Demak har bir X uchun

$$S_x: T_x R^n \times T_x R^n \times \dots \times T_x R^n \times T_x^* R^n \times T_x^* R^n \times \dots \times T_x^* R^n \rightarrow R^1$$

funksiya (r, s) tipdagi tenzordir.

Agar $T_{i_1 \dots i_r}^{j_1 \dots j_s}(x)$ bilan S_x tenzorning koordinatalarini belgilasak, bu koordinatalar x nuqtaning funksiyalaridir.

Misollar. Berilgan G sohada differensiallanuvchi $f(x^1, x^2, \dots, x^n)$ funksiya aniqlangan bo'lsa, uning x nuqtadagi gradiyenti $T(x) = \text{grad} f(x) = \left\{ \frac{\sigma f}{\sigma x^1}, \frac{\sigma f}{\sigma x^2}, \dots, \frac{\sigma f}{\sigma x^n} \right\}$ $(1,0)$ tipdagi tenzor bo'lib, $\vec{a} \in T_x R^n$ vektorga

$$T(x)(\vec{a}) = a^1 \frac{\sigma f}{\sigma x^1} + a^2 \frac{\sigma f}{\sigma x^2} + \dots + a^n \frac{\sigma f}{\sigma x^n}$$

sonini mos qo'yadi. Agar berilgan funksiya f kamida ikki marta differensiallanuvchi bo'lsa, $x \rightarrow T(x)$ moslik tipdagi silliq tenzor maydondir.

Xulosa: Koordinata tizimlarining almashinishi va tenzorlar nazariyasi zamonaviy fizika hamda matematikaning eng kuchli instrumentlaridan biri hisoblanadi. Tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, tenzorlar faqatgina matematik abstraksiya emas, balki fazoning geometrik xususiyatlarini va fizik jarayonlarning ob'ektivligini ifodalovchi universal tildir. Koordinatalar o'zgarganda tenzor tarkibiy qismlarining kovariant va kontravariant qonuniyatlar asosida transformatsiyalanishi fizik qonunlarning tanlangan sanoq tizimiga bog'liq emasligini (invariantligini) ta'minlaydi. Bu esa, o'z navbatida, umumiy nisbiylik nazariyasi va tutash muhitlar mexanikasi kabi sohalarda murakkab fizik jarayonlarni aniq modellashtirish imkonini beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Narmanov, A. Ya. (2008). Differensial geometriya asoslari. – Toshkent: O'qituvchi nashriyoti.
2. Azlarov T.A, Mansurov X. Matematik analiz. 1,2 qismlar, T., O'zbekiston, 1994, 1995.
3. Begmatov A., Musina N.G. Tenzor hisob elementlari. T., Universitet, 1993.
4. Xudoyberdiyev, G', Jo'rayev, T. (2012). Differensial geometriya va topologiya. – Toshkent: Universitet nashriyoti.



5.Sharipov R. Differensial geometriya va tenzor tahlili asoslari. – Toshkent: Universitet nashriyoti, 2016.

6.Rashidov A., Jo‘rayev T. Geometriya va topologiya elementlari. – Toshkent: O‘qituvchi, 2018.