Journal of Effective Learning and Sustainable Innovation
Vol.4 №4 (2026). April
innovativepublication.uz

Bir o'lchamli chekli kvant o'rasidagi mikrozarracha energetik holatlarini tavsiflovchi transsendent tenglamalar

Tojimirzayeva Ozoda Vohidjon qizi
Namangan Davlat universiteti magistranti
E-mail: ozodatojimirzayeva@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada bir o'lchamli simmetrik chekli kvant o'radagi mikrozarrachaning harakati nazariy tahlil qilingan. Maqolada m massali mikrozarrachaning U potensial balandlikka ega bo'lgan kengligi $-\frac{l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2}$ oraliqdagi kvant o'ra uchun transsendent tenglamasi umumiy ko'rinishi o'rganilgan. To'lqin funksiyaning simmetriya xossasidan energetik sathlarni hisoblashga imkon beruvchi juft va toq xolatlar uchun transsendent tenglamalar tizimi keltirib chiqarilgan.
Kalit so'zlar: mikrozarracha, Shredinger tenglamasi, chekli kvant o'ra, to'lqin funksiya, transsedent tenglama

Озода Тожимирзаева Вохиджон кизи
Магистрант Наманганский государственный университет
E-mail: ozodatojimirzayeva@gmail.com

Трансцендентные уравнения, описывающие энергетические состояния микрочастицы в одномерной конечной квантовой яме

Аннотация: В данной статье проведен теоретический анализ движения микрочастицы в одномерной симметричной квантовой яме конечной глубины. Получен общий вид трансцендентного уравнения для квантовой ямы в интервале $-\frac{l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2}$ для микрочастицы массой, находящейся в потенциальном поле высотой. С использованием свойства симметрии волновой функции выведена система трансцендентных уравнений для определения энергетических уровней четных и нечетных состояний.
Ключевые слова: микрочастица, уравнение Шредингера, конечная квантовая яма, волновая функция, трансцендентное уравнение.

Ozoda V.Tojimirzayeva
Master's student of Namangan State University
E-mail: ozodatojimirzayeva@gmail.com

Transcendental equations describing the energy states of a microparticle in a one-dimensional finite quantum well

Abstract: This article presents a theoretical analysis of a microparticle's motion in a one-dimensional symmetric finite quantum well. A general form of the transcendental equation is derived for a microparticle of mass in a potential field of height within the quantum well interval $-\frac{l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2}$. Based on the symmetry property of the wave function, a system of transcendental equations for determining the energy levels of even and odd states has been formulated.

Keywords: microparticle, Schrodinger equation, finite quantum well, wave function, transcendental equation.

Kirish

Cheklangan fazodagi mikrozarrachaning holatlarini tadqiq qilish kvant mexanikasining fundamental masalalaridan biri hisoblanadi. Xususan, chekli kvant o'ra modeli kvant mexanikasining fundamental masalalarini asoslashi bilan birga, zamonaviy yarimo'tkazgichli qurilmalar hamda nanotexnologiyalarda keng qo'llaniladi. Ushbu maqolada bir o'lchamli simmetrik chekli kvant o'radagi mikrozarrachaning energiya sathlarini aniqlashning umumiy nazariyasini hamda to'lqin funksiyaning simmetriya xossasidan foydalanib, juft hamda toq transsendent tenglamalarni keltirib chiqaramiz.

Asosiy qism

Bilamizki kvant mexanikasida mikrozarralar qonuniyatlari o'rganiladi. Kvant mexanikasida mikrozarra holati $\psi(x)$ to'lqin funksiya orqali ifodalanadi. Kvant mexanikasida mikrozarra holati Shredinger tenglamasini yechimini hisoblash orqali topiladi. Bir o'lchovli chekli kvant o'radagi m massali E energiyaga ega bo'lgan mikrozarracha uchun Shredinger tenglamasining umumiy ko'rinishi (1) quyidagicha bo'ladi:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(x) + (\mathrm{E} - \mathrm{U(x)})\,\psi(x) = 0 \quad (1)$$

Chekli kvant o'rada mikrozarracha uchun tashqi maydon potensial energiyasi cheksiz kvant o'radan farqli ravishda o'ra tashqarisida nolga teng bo'lmasdan ma'lum bir U_0 qiymatga teng bo'ladi. Kengligi $-\frac{l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2}$ oraliqda bo'lgan kvant o'ra va uning 2 tashqi qismlari uchun to'lqin funksiyalarini quyidagi ko'rinishlarda yozib olsak bo'ladi.

$$\psi_1(x) = A_1 e^{k_1 x}, \text{ 1-soha } U = U_0 \ (1)$$
$$\psi_2(x) = A_2 \sin(k_2 x) + B_2 \sin(k_2 x), \text{ 2-soha } U = 0 \ (2)$$
$$\psi_3(x) = B_3 e^{-k_1 x}, \text{ 3-soha } U = U_0 \ (3)$$

Bu yerda $k_1, k_2 -$ to'lqin sonlari bo'lib, mos ravishda o'ra tashqarisida va o'ra ichidagi to'lqin sonlarini ifodalaydi.

$$k_1 = \sqrt{\frac{2m(U-E)}{\hbar^2}} \ (4)$$
$$k_2 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \ (5)$$

Yuqoridagi (1), (2), (3)-tenglamalar yechimlarini quyidagi (6)-(7) tenglamalar ko'rinishida yozib olamiz hamda hosil bo'lgan tenglamalar sistemasini yechamiz.

$$\psi_1(x) = A_1 e^{k_1 x}, \ \psi_2(x) = A_2 \sin(k_2 x) \text{ 1-holat } (6)$$
$$\psi_2(x) = B_1 \sin(k_2 x), \psi_3(x) = B_2 e^{-k_1 x} \text{ 2-holat } (7)$$

Berilgan (6)-(7) tenglamalarda noma'lumlar soni ko'pligi hamda ularning yechimlarini uzluksizligini ta'minlash maqsadida o'ra chegarasi uchun uzluksizlik hamda chegaraviy shartlaridan foydalanamiz. Ya'ni chegaraviy sohalarda to'lqin funksiyaning qiymatlari hamda ularning chegaraviy sohadagi to'lqin funksiyalarining hosilalarining qiymatlari ham bir-biriga teng bo'lishi kerak.

$$\psi_1(-\tfrac{l}{2}) = \psi_2(-\tfrac{l}{2}) \ (8)$$
$$\frac{d\psi_1}{dx}\Big|_{-\frac{l}{2}} = \frac{d\psi_2}{dx}\Big|_{-\frac{l}{2}} \ (9)$$
$$\psi_1(\tfrac{l}{2}) = \psi_2(\tfrac{l}{2}) \ (10)$$
$$\frac{d\psi_1}{dx}\Big|_{\frac{l}{2}} = \frac{d\psi_2}{dx}\Big|_{\frac{l}{2}} \ (11)$$

Uzluksizlik hamda chegaraviy sohadagi to'lqin funksiyalarining tengligiga asosan (6) va (7) tenglamalar sistemasini yechsak bizga noma'lum bo'lgan A_1, A_2, B_1, B_2-komponentlardan halos bo'lgan holda 1-2 holatlar uchun Shredinger tenglamasini transsendent tenglama ko'rinishidagi yechimlariga ega bo'lamiz.

$$\text{1-holat uchun: } \cot(\tfrac{k_2 l}{2}) = -\frac{k_1}{k_2} \ (12)$$
$$\text{2-holat uchun: } \tan(\tfrac{k_2 l}{2}) = \frac{k_1}{k_2} \ (13)$$

O'raning yarim kengligini $(a = \frac{l}{2})\ a$ deb belgilab, k_1 va k_2 ning qiymatlarini (12)-(13) tenglamalarga qo'yish orqali ularni quyidagicha yozib olishimiz mumkin bo'ladi:

$$\cot\left(\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}a\right) = -\sqrt{\frac{U-E}{E}} \quad (14)$$

$$\tan\left(\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}a\right) = \sqrt{\frac{U-E}{E}} \quad (15)$$

(14)-(15) ifodalar transsendent tenglamalar deyiladi. (14) toq holatlar uchun, (15) juft holatlar uchun transsendent tenglamaning umumiy ko'rinishi hisoblanadi. Ular chekli kvant o'radagi m massali mikrozarracha uchun holat tenglamasi hisoblanadi. Transsendent tenglamalarni odatiy hisoblash orqali yechish imkonsiz bo'lganligi sababli ularni grafik usulda hisoblab yechimlarini qidiriladi. Transsedent tenglamalarni Maple dasturi orqali grafik hamda raqamli yechimlarini aniqlash mumkin. Bu orqali biz m potensial to'siq balandligi U_0 hamda o'ra kengligi $-\frac{l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2}$ bo'lgan m massali mikrozarrachaning kvant sathlari sonini hamda har bir sathdagi energiyalar qiymatlarini aniqlashimiz mumkin.

Xulosa

Ushbu maqolada bir o'lchamli chekli chuqur o'radagi mikrozarracha harakatini tavsiflovchi Shredinger tenglamasining umumiy yechimi tahlil qilindi. Zarrachaning to'lqin funksiyasi simmetriya xususiyatini hisobga olib, juft hamda toq funksiyalarga ajratildi. Har bir holat uchun alohida-alohida transsendent tenglamalari hosil qilindi. Chekli kvant o'rada cheksiz chuqur kvant o'ra modelidan farqli ravishda zarrachaning energiya sathlari soni chekli bo'ladi. Energiya sathlarining qiymatlari o'ra kengligi hamda potensial chuqur balandligiga bog'liq bo'ladi. Olingan transsendent tenglamalar hamda ularni yechish usullari yordamida kvant nuqtalar, kvant iplar, nanostrukturalardagi zarrachalar spektrini aniqlashda muhim ahamiyat kasb etadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Atom fizikasi: o'quv qo'lanma, G. Ahmedova, O.B.Mamatqulov, I.Xolboyev; O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi. – Toshkent: Istiqlol, 2013. 416b.
2. Э.В.Шпольский, "АТОМ ФИЗИКАСИ". Укитувчи. Тошкент-1970.
3. Paul Harrison, Alex Valavanis. Quantum Wells, Wires and Dots. 2016
4. Semiconductor Heterojunctions and Nanostructures. Omar Manasreh. Copyright © 2005 by The McGraw-Hill Companies, Inc.