



PREDIKATLAR HISOBIDA UMUMIYLIK VA MAVJUDLIK TUSHUNCHALARINI BOSHQA FANLARGA BOG‘LIQLIGI

Yusupov Muxtorbek Poximovich

ChDPU Algebra va matematik
analiz kafedrası katta o‘qituvchisi

Annotatsiya: Ushbu maqolada predikatlar hisobining asosiy tushunchalari — **umumiylik kvantori** va **mavjudlik kvantori** haqida ma’lumot beriladi. Kvantorlar yordamida matematik fikrlarni aniq va mantiqiy shaklda ifodalash usullari o‘rganiladi. Mavzuda kvantorli mulohazalarning tuzilishi, ularning inkor etilishi, o‘zaro bog‘liqligi va amaliy qo‘llanishi misollar orqali tushuntiriladi. Mazkur tushunchalar mantiqiy fikrlashni rivojlantirish va matematik formulalarni rasmiylashtirishda muhim ahamiyat kasb etadi.

Kalit so‘zlar: Predikatlar hisob, umumiylik kvantori, mavjudlik kvantori, mantiqiy ifoda, kvantorli mulohazalar, inkor qilish qoidalari, formulalarning rasmiylashtirilishi, matematik mantiq, o‘zgaruvchi.

Аннотация: В этой статье рассматриваются основные концепции исчисления предикатов — квантор общности и квантор существования. С помощью кванторов изучаются способы выражения математических мыслей в ясной и логичной форме. В теме структура кванторных рассуждений, их отрицание, взаимосвязь и практическое применение объясняются на примерах. Эти понятия играют важную роль в развитии логического мышления и формализации математических формул.

Ключевые слова: предикаты арифметика, квантор общности, квантор существования, логическое выражение, кванторные рассуждения, правила отрицания, формализация формул, математическая логика, переменная.



Annotation: this article provides information on the basic concepts of predicate calculus — the generality quantum and the existence quantum. With the help of quantifiers, methods for expressing mathematical thoughts in a clear and logical form are studied. The structure of quantum reasoning in the subject, their negation, interrelationship and practical application are explained through examples. These concepts are important in the development of logical thinking and the formalization of mathematical formulas.

Keywords: predicates calculus, generality quantum, existence quantum, logical expression, quantum reasoning, negation rules, formalization of formulas, mathematical logic, variable.

Zamonaviy axborot texnologiyalari, dasturlash tillari va sun'iy intellekt tizimlarining jadal rivojlanishi mantiqiy asoslarning chuqur o'rganilishini taqozo etadi. Formal mantiqning eng muhim bo'limlaridan biri — predikatlar hisobi bo'lib, u oddiy mantiqiy ifodalardan tashqari o'zgaruvchilar, munosabatlar va kvantorlar yordamida murakkab mulohazalarni ifodalash imkonini beradi.

Predikatlar hisobi klassik propositsional mantiqni umumlashtirib, yanada kengroq ko'lamdagi fikr va hukmlarni formal shaklda ifodalashga xizmat qiladi. Bu esa uni matematik isbotlash, algoritmik fikrlash, axborot izlash, avtomatik teorem isbotlovchi tizimlar, dasturiy vositalarni verifikatsiya qilish kabi ko'plab sohalarda keng qo'llash imkonini beradi.

Predikatlar hisobining nazariy asoslari mantiq va matematikada chuqur o'rganilgan bo'lsa-da, uning amaliy ahamiyati ayniqsa kompyuter fanlari rivojida yaqqol namoyon bo'lmoqda. Bugungi kunda bu tushunchalarsiz algoritmlarni tahlil qilish, sun'iy aql tizimlarini qurish yoki bilimlar bazasini mantiqiy asosda ishlab chiqish imkonsizdir.

Zamonaviy fan va texnologiyalar rivojida formal mantiqning o'rni beqiyosdir. Ayniqsa, predikatlar hisobi murakkab tizimlarni formal ifodalash, avtomatlashtirilgan



fikrlash va algoritmik qaror qabul qilishda muhim rol o'ynaydi. Bugungi kunda sun'iy intellekt, dasturlash tillari va matematik isbotlash tizimlarida predikatlar hisobisiz tasavvur qilib bo'lmaydi.

Predikatlar hisobi — bu formal mantiqning kengaytirilgan bo'limi bo'lib, u oddiy propositsiyalardan tashqari o'zgaruvchilar, kvantorlar va predikatlar bilan ishlaydi. Bu tizim yordamida ko'proq umumlashtirilgan va murakkab fikrlarni ifodalash, ularni formal tarzda isbotlash mumkin.

Nazariy jihatdan predikatlar hisobi mantiqiy isbotlar asosini tashkil qiladi, u matematikada asosiy vositalardan biridir. Amaliy tomondan esa u kompyuter fanlari, dasturiy ta'minotni verifikatsiyalash, sun'iy intellekt tizimlarini yaratish, ma'lumotlar bazasi so'rovlari kabi ko'plab sohalarda qo'llaniladi.

Mantiq — inson tafakkurining qonuniyatlarini o'rganuvchi qadimiy fandır. U ilk bor qadimgi Yunonistonda shakllangan bo'lib, uning asoschilaridan biri — Aristotel hisoblanadi. U tomonidan ishlab chiqilgan syllogistik mantiq ikki ming yildan ortiq vaqt davomida mantiq ilmining asosiy tizimi sifatida xizmat qilgan. Keyinchalik o'rta asrlarda arab va yevropa olimlari tomonidan bu fan yanada rivojlantirildi.

XIX asrga kelib, Jorj Bul, Gotlob Frege va boshqa matematik-mantiqchilar tomonidan mantiq matematik shaklga keltirildi. Aynan Gotlob Frege predikatlar hisobining nazariy asoslarini yaratdi. Bugungi kunda mantiq — matematika, informatika, tilshunoslik, falsafa va sun'iy intellekt sohalarida muhim o'rin tutuvchi fan hisoblanadi.

Mantiqiy tizimlar quyidagi asosiy elementlarga ega:

Ifoda (formula) — ma'lum mantiqiy belgilar yordamida tuzilgan mulohaza yoki fikr.

Haqiqat qiymati — har bir ifoda mantiqiy nuqtai nazardan **rost (1)** yoki **yolg'on (0)** bo'lishi mumkin.

Kvantorlar — ifodaning umumiy yoki mavjudligini bildiruvchi mantiqiy operatorlar:

- Umumiy kvantor ($\forall$) — “har qanday”, “barcha” degan ma'noni anglatadi.



○ Mavjudlik kvantori ($\exists$) — “hech bo‘lmaganda bittasi mavjud” degan ma’noni anglatadi.

Bu tushunchalar predikatlar hisobining asosi hisoblanadi.

Predikat — bu narsa yoki o‘zgaruvchi haqidagi biror xususiyatni ifodalaydigan mantiqiy ibora. Masalan, “ x — toq son” degan ibora bu x ustida aniqlangan predikatdir va $P(x)$ tarzida yoziladi. Har bir qiymat uchun $P(x)$ ifodaning rost yoki yolg‘onligi aniqlanishi mumkin.

Formal ta’rifga ko‘ra, predikat — bu nnn o‘zgaruvchiga ega bo‘lgan munosabatni ifodalovchi funksiyadir:

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Predikatlar yordamida ko‘plab matematik va mantiqiy hukmlar ifodalanadi. Ular rostlik qiymatini o‘zgaruvchilarning qiymatiga qarab oladi.

Propositsiya (hukm) — bu to‘liq rost yoki yolg‘on bo‘lgan gapdir. Masalan, “ 5 — tub son” — bu propositsiyadir, chunki uning haqiqat qiymati mavjud.

Predikat esa umumiyroq tushunchadir. U o‘zgaruvchiga bog‘liq bo‘lib, to‘liq hukmga aylanishi uchun unga qiymat berilishi lozim. Masalan, “ x tub son” — bu predikat bo‘lib, $x = 5$ qo‘yilganda propositsiyaga aylanadi: “ 5 tub son” — bu esa rost propositsiyadir.

Shunday qilib, predikat — bu rostlik qiymatini olish uchun o‘zgaruvchilar qiymatiga muhtoj bo‘lgan ibora, propositsiya esa to‘liq rost yoki yolg‘on deb baholanishi mumkin bo‘lgan ifodadir.

Predikatlar hisobining amaliy jihatlari nazariy bilimlarni mustahkamlash va ularni turli fan sohalarida qo‘llash orqali namoyon bo‘ladi. Predikatlar yordamida umumiy va mavjudlikka oid hukmlar ifodalanadi, ular ustida mantiqiy tahlil va isbotlash ishlari olib boriladi. Quyida bu hisobning amaliyotdagi asosiy yo‘nalishlari keltiriladi.



Predikatlar hisobining asosiy kuchli jihatlaridan biri — u yordamida murakkab hukmlarni strukturaviy va aniq tarzda ifodalash imkoniyatidir. Quyidagi misollar orqali bu jihatlar tahlil qilinadi:

Misol. Berilgan predikat $A(x)$: “Har qanday natural sonning kvadrati musbat bo‘ladi.”

Predikatli ifoda shakli: $\forall x \in \mathbb{N}, x^2 > 0$

Bu yerda, x — o‘zgaruvchi, $\mathbb{N}$ — natural sonlar to‘plami, $x^2 > 0$ — predikat.

Misol. $B(x)$: “Hech bo‘lmaganda bitta son manfiy.”

Predikatli ifoda shakli: $\exists x \in \mathbb{N}, x < 0$

Bu kabi mashqlar orqali predikatlar hisobi formulalarini tuzish, ularga haqiqat qiymatini aniqlash va mantiqiy mulohazalar chiqarish amaliyoti shakllanadi.

Predikatlar hisobi klassik mantiqni kengaytiruvchi vosita sifatida xizmat qiladi. Propositional mantiqda faqat butun hukmlar bilan ishlash mumkin bo‘lsa, predikatlar hisobida esa hukmlarning ichki tuzilmasi ham o‘rganiladi. Bu esa:

tushunchalarni umumlashtirish,
o‘zaro bog‘langan ko‘p bosqichli mulohazalarni ifodalash,
algoritmik isbotlash imkoniyatlarini beradi.

Masalan, klassik mantiqda quyidagi ikkita ifoda aynan birdek ko‘rinadi:

1. “Ali matematikani yaxshi ko‘radi.”
2. “Vali matematikani yaxshi ko‘radi.”

Ammo predikatlar hisobida ularni shunday ifodalash mumkin:

$$L(\text{Ali}, \text{matematika}), \quad L(\text{Vali}, \text{matematika})$$

Bu esa ikki turli hukmni aniq farqlashga yordam beradi.

Predikatlar hisobi matematik isbotlashda asosiy vositalardan biri hisoblanadi. U yordamida matematik teoremlarni formal shaklda ifodalash, isbotlash qadamlarini qat’iy



mantiqiy asoslar bilan yoritish mumkin. Ayniqsa quyidagi sohalarda predikatlar hisobi keng qo'llaniladi:

Matematik induksiya,
To'plamlar nazariyasi,
Ehtimollar nazariyasi,
Algebraik tuzilmalar (gruppalar, halqalar, maydonlar),
Kompyuter algoritmlari.

Misol tariqasida, "Ixtiyoriy butun sonning juftligi uning 2 ga bo'linuvchanligiga tengdir" degan teoremaga qarang:

Formal shakl:

$$\forall x \in \mathbb{Z}, (x \text{ juft} \Leftrightarrow 2 \mid x)$$

Shu tarzda matematik hukmlar predikatlar yordamida ifodalanib, isbotlashni aniq va formal tarzda olib borish mumkin bo'ladi.

Ushbu ish davomida predikatlar hisobining nazariy asoslari, mantiqiy tuzilmalari va amaliy qo'llanilish imkoniyatlari har tomonlama o'rganildi. Mantiqiy ifodalar va ularning haqiqat qiymatlari, kvantorlar, predikatlar va ularning formulalari orqali murakkab mulohazalarni qanday aniqlik bilan ifodalash mumkinligi misollar orqali tahlil qilindi.

Predikatlar hisobi formal mantiqning kengaytirilgan bo'limi sifatida propositsiyalar mantiqiga nisbatan chuqurroq ifodalash imkonini beradi;

Kvantorlar (umumiy va mavjudlik) yordamida umumlashma hukmlarni matematik ifodalash qulaylashadi;

Predikatlar va propositsiyalar o'rtasidagi farqni tushunish orqali murakkab mantiqiy tizimlarni soddalashtirib tahlil qilish mumkin bo'ladi;

Matematik va mantiqiy mulohazalarni aniq, qat'iy va izchil shaklda isbotlashda predikatlar hisobi asosiy vosita bo'lib xizmat qiladi;



Predikatlar hisobining sintaksis va semantikasi o'rganilib, ko'plab misollar yordamida amaliy jihatdan mustahkamlandi.

Nazariy jihatdan predikatlar hisobi — mantiq, matematika, tilshunoslik va falsafa sohalarida fikr yuritishning asosiy vositasi hisoblanadi. U nafaqat formal isbotlar asosini tashkil etadi, balki matematik modellashtirishda ham muhim rol o'ynaydi.

Amaliy jihatdan esa bu hisob:

Kompyuter fanlari (masalan, dasturiy ta'minotni verifikatsiyalash, sun'iy intellekt, bilimlar bazasi);

Avtomatlashtirilgan teorem isbotlovchilar;

Formal tahlil va rejalashtirish tizimlari;

Ma'lumotlar bazasiga so'rov yozishda keng qo'llaniladi.

Predikatlar hisobining avtomatik isbotlash tizimlaridagi rolini chuqurroq o'rganish;

Modulli mantiq va noaniqlikni ifodalovchi tizimlar (masalan, fuzzy logic) bilan integratsiyasini tadqiq etish;

Predikatlar hisobining dasturlash tillarida, ayniqsa funksional dasturlash paradigmasida qo'llanishini amaliy misollar asosida tahlil qilish;

Sun'iy intellekt sohasida bilimlarni ifodalash va tahlil qilishning mantiqiy modellarini ishlab chiqish.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Axmedov I., O'rinboev M. Matematik mantiq. – Toshkent: "Fan va texnologiya", 2016. – 220 b.
2. Mamadaliev T., Po'latov A. Mantiq asoslari va algoritmik fikrlash. – Toshkent: TDYU nashriyoti, 2020. – 180 b.
3. Veb-sayt: <https://brilliant.org> – Predikatlar hisobiga oid interaktiv misollar va mashqlar.



4. Enderton H.B. A Mathematical Introduction to Logic. – San Diego: Academic Press, 2001. – 317 p.
5. Suppes P. Introduction to Logic. – New York: Dover Publications, 1999. – 320 p.
6. Russell B., Whitehead A.N. Principia Mathematica. – Cambridge: Cambridge University Press, 1910.
7. Halmos P.R. Naive Set Theory. – New York: Springer, 1974. – 104 p.