



## ВЫПУЧИВАНИЕ ДЛИННЫХ СТЕРЖНЕЙ

Нурова Олия Саломовна

Каршинский государственный  
технический университет

**Аннотация:** В статье рассмотрено выпучивание стержней, опрокидывание балок, коробление, гофрообразование, необходимо учитывать влияние деформаций на условия равновесия; начиная с некоторых значений внешних сил, называемых критическими, деформации перестают быть пропорциональными внешним силам, вследствие чего перестает быть справедливым принцип суперпозиции. Выпучивание развивается катастрофически быстро, здесь коэффициент запаса (отношение критической нагрузки выпучивания к рабочей) выбирается равным четырем (для конструкций из армированного бетона)

**Ключевые слова:** выпучивания, гофрообразование, коробление, суперпозиции, критическая нагрузка, переменный момент инерции.

С помощью формулой Эйлера рассмотрим стержня постоянного сечения, сжимаемый осевой силой.

Рассмотрим прямолинейный стержень длины  $l$ , поперечное сечение которого  $\Omega$ , минимальный момент инерции  $I$ , шарнирно опертый на концах и сжимаемый увеличивающейся силой  $F$

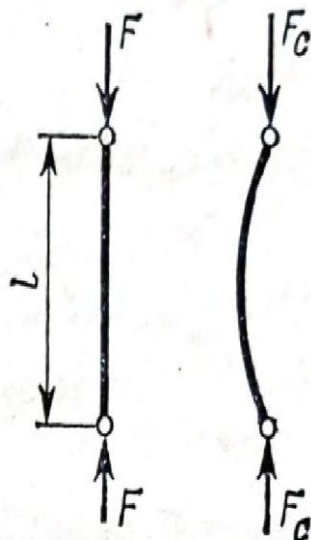


рис.1.

Выпучивание происходит в тот момент, когда сила  $F$  достигает значения

$$F_c = \pi^2 EI / l^2 \quad (1)$$

Это значение  $F_c$  называется *критическим или критической эйлеровой нагрузкой*.

Преобразуем формулу (1), вводя в рассмотрение параметры:  $r = \sqrt{I/\Omega}$  -

Радиус вращения сечения, вычисленный для минимального значения; момента инерции  $I$  и  $\lambda = l/r$  - показатель удлинения; тогда критическое значение напряжения оказывается

$$\sigma_c = \pi^2 E / \lambda^2 \quad (2)$$

Критическая нагрузка для стержня при различных условиях закрепления его краев может быть вычислена по следующей обобщенной формуле:

$$F_c = m \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (3)$$



где  $m = 1$  для шарнирно опертого стержня;  $m = 4$ , если конце стержня жестко зашлемлены (рис.2);  $m = 2$ , если один конец стержня шарнирно оперт, второй- жестко заделан (рис.3);  $m = 1/4$ , если один конец стержня свободен, второй заделан (рис.4);  $m = 1$ , оба конец стержня жестко зашлемлены, однако допускается свободное смещение (без поворота) одной опоры относительно другой в направлении, перпендикулярной оси стержня (рис.5)

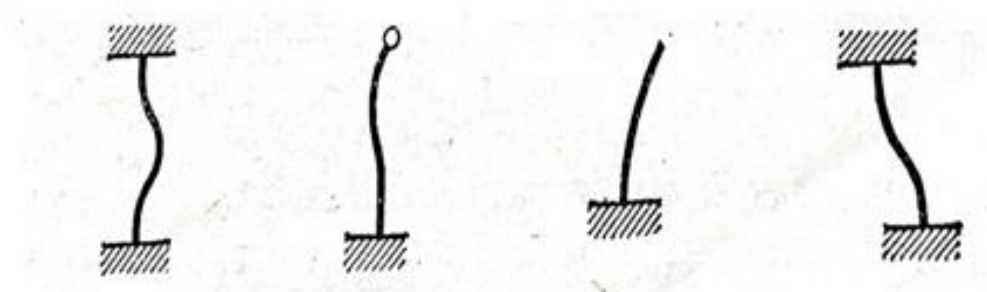


рис.2

рис.3

рис.4

рис.5

**Вертикальный стержень под действием собственного веса** рассмотрим в примере; стержень АВ длины  $l$ , поперечное сечение которого постоянно, жестко зашлемленный в основании А и со свободным верхним краем В (рис.6); стержень нагружен собственным весом интенсивности  $\rho$ (на единицу длины).

Критическое значение нагрузки  $P_c = 7,83EI/l^2$

$I$  —минимальное значение момента инерции сечения

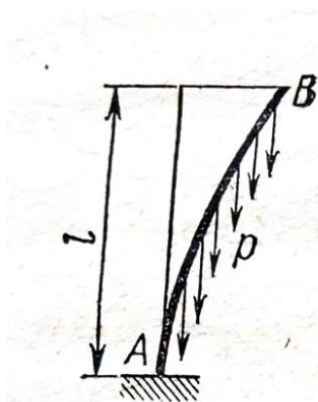


рис.6

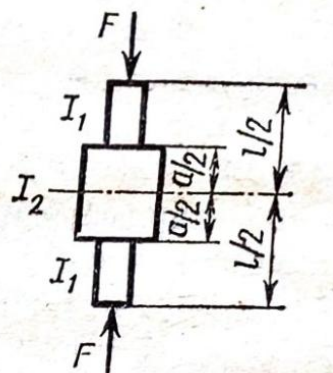


рис.7

### Определение критической нагрузки стержня с переменным моментом инерции, сжатый осевой силой.

Стержень АВ длины  $l$  шарнирно оперт на концах. Распределение момента инерции вдоль стержня показано на рис.7, через  $I_1$  и  $I_2$  обозначены минимальные значения момента инерции сечений.

Критическая нагрузка определяется по формуле

$$F_c = k \frac{EI_2}{l^2} \quad (4)$$

Значения коэффициента  $k$  для различных отношений

$a/l$  и  $I_1/I_2$  приведены в табл.1.

$a/l \backslash I_1/I_2$	0,20	0,40	0,60	0,80
0,01	0,15	0,27	0,60	0,26
0,10	1,47	2,40	4,50	4,50
0,20	2,80	4,22	6,69	6,69



0,40	5,09	6,68	8,51	8,51
0,60	6,98	8,19	9,24	9,24
0,80	8,55	9,18	9,63	9,63

### Список литературы:

1. Волков А.Н. ,Соппротивление материалов (учебник), М.: Колос С, 2004.  
- 286 с.
- 2.Александров А.В., Соппротивление материалов (учебник), М.: В.Ш., 2008. - 560с.
- 3.Н.А.Костенко, С. В. Балясникова, Ю. Э. Волошановская, Соппротивление материалов  
( учебное пособие), М.: В. Ш., 2007. - 488с.
- 4.Ахметзянов М.Х., Соппротивление материалов (учебник), М.: В. Ш., 2007. - 334с.
- 5.Межецкий Г.Д., Загребин Г.Г., Решетник Н.Н.Соппротивление материалов  
( учебник). М.: Дашков и К, 2007. - 416с.
- 6.Межецкий Г.Д., Загребин Г.Г., Решетник Н.Н.Соппротивление материалов  
( учебник). М.: Дашков и К, 2010. - 430с.
- 7.Г.Д.Межецкий, Г.Г.Загребин, Н.Н.Решетник, А.А.Слепов. Соппротивление материалов (учебное пособие). Саратов: ФГОУ ВПО "Саратовский ГАУ", 2004 - 416 с
8. Ж.Гуле. Соппротивление материалов (учебное пособие).Изд.Высшая школа.25.10.84г.