



FUNKSIYA HOSILASI VA DIFFERENSIALI. HOSILA TUSHUNCHASI

Parpiyev Sodiqjon Abdujalilovich

Andijon davlat pedagogika insitituti “Matematika
va informatika” kafedrası o’qituvchisi
sodiqjonparpiyev90@gmail.com

Erkinjonova Niginabonu Elyorjon qizi

Aniq va tabiiy fanlar fakulteti Fizika
yo’nalishi 101-guruh talabarii
muhammadumarerkinjonov576@gmail.com

Annotatsiya: Bu maqolada funksiya hosilasi va differensial, hosila tushunchasi haqida malumotlar keltiriladi. Bunda hosilani qo’llanilishi uning turlari haqida mulohaza yuritiladi.

Kalit so’zlar: funksiya hosilasi, hosilaning mexanik va geometrik ma’nosi, funksiyaning differensiallanuvchanligi, differensiallash qoidalari, hosilalar jadvali.

Аннотация: В данной статье представлена информация о понятии производной функции и понятии дифференциальной производной. При этом применение производной обсуждается о ее видах.



Ключевые слова: производная функции, механический и геометрический смысл производной, дифференцируемость функции, правила дифференцирования, таблица производных.

Abstract: This article provides information about the concept of the derivative of a function and the concept of differential derivative. In this case, the application of the derivative is discussed about its types.

Key words: derivative of a function, mechanical and geometric meaning of the derivative, differentiability of the function, rules of differentiation, table of derivatives.

Kirish.

Matematika tatbiqida asosan taqribiy hisoblashlar qo'llaniladi. Taqribiy hisoblashlarning muhim ma'naviy funktsiya differentsiali hisoblanadi. Biz mana shu tushuncha bilan tanishamiz.

$f(x)$ funktsiya x_0 nuqtaning biron-bir atrofida berilgan bo'lib, x_0 nuqtada uzluksiz, ya'ni $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(x_0)$ bo'lsin. Agar $x - x_0 = \Delta x$ va $f(x) - f(x_0) = \Delta y$ deb belgilashlar kiritdik, Δx argument orttirmasi, Δy esa shu orttirmaga mos keluvchi funktsiya orttirmasi bo'lib, yuqoridagi limit munosabatini quyidagicha ifodalash mumkin: $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} [f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)] = 0$.

Ta'rif. Agar $\Delta x \rightarrow 0$ da, funktsiya orttirmasi Δy ni quyidagi ko'inishda ifodalash mumkin bo'lsa,

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = A \cdot \Delta x + \alpha(\Delta x).$$

Bu yerda, A o'zgarmas son, $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\alpha(\Delta x)}{\Delta x} = 0$, u holda $y = f(x)$ funktsiya x_0 nuqtada differentsiallanuvchi deyiladi va funktsiyaning x_0 nuqtadagi differentsiali $A \cdot \Delta x$ ga teng deb ataladi. Bu differentsial $A \cdot \Delta x = df(x_0)$ shaklda belgilanadi.

Differentsialash qoidalari:



1. $d(cf(x)) = c \cdot df(x) \quad c = \text{const}$
2. $d[f(x) \pm g(x)] = df(x) \pm dg(x)$
3. $d[f(x) \cdot g(x)] = g(x)df(x) + f(x)dg(x)$
4. $d\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{g(x)df(x) - f(x)dg(x)}{g^2(x)}$

Funksiya xosilasi $f'(x)$ funksiya (a,b) oraliqda aniqlangan bo'lsa, bu oraliqda $\forall x_0$ nuqta olib, unga $x_0 + \Delta x \in (a,b)$ bo'lgan Δx ($\Delta x < 0$ yoki $\Delta x > 0$) ortirma beraylik, yu xolda $f(x)$ funksiya ham x_0 nuqtada $\Delta y = \Delta f(x_0) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ orttirmaga ega bo'ladi.

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \quad (\Delta x \neq 0)$$

Nisbatini qarasak, bu nisbat Δx ning funksiyasi bo'lib, u Δx ning noldan farqli qiymatlarida, jumladan nol nuqtaning yetarli kichik

$$U_\delta(0) = \{\Delta x \in \mathbb{R} : -\delta < \Delta x < \delta, \quad \Delta x \neq 0\}$$

($\delta > 0$) atrofida aniqlangan. $\Delta x = 0$ nuqta $U_\delta(0)$ to'plamning limit nuqtasi. Endi $\Delta x \rightarrow 0$ da $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nisbatning limitini qaraymiz, bu limit funksiyaning xosilasi tushunchasiga olib keladi.

Agar $\Delta x \rightarrow 0$ da $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nisbatning limiti

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

mavjud va chekli bo'lsa, bu limit $f'(x)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi xosilasi deyiladi va

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

kabi belgilanadi.

Agar $x_0 + \Delta x = x$ deb olinsa, unda $\Delta x = x - x_0$ va $\Delta x \rightarrow 0$ da $x \rightarrow x_0$, natijada

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$



Shaklda bo'ladi. Hosila quyidagi $y'(x_0)$, y'_x (Lagranj), $\frac{dy}{dx}$, $\frac{df}{dx}$ (Leybnis), Dy , Df (Koshi) belgilar yordamida ham yoziladi.

Berilgan nuqtada chekli hosilaga ega bo'lgan funksiya, shu nuqtada albatta uzluksiz bo'ladi, ya'ni funksiyaning nuqtada chekli hosilaga ega bo'lishi uchun, uning shu nuqtada uzluksiz bo'lishi zarur, lekin yetarli emas.

Agar $f(x)$ funksiya x_0 nuqtada xosilaga ega bo'lsa, funksiya shu nuqtada bir tomonli $f'(x_0 + 0)$, $f'(x_0 - 0)$ hosilalarga ham ega bo'lib, $f'(x_0 + 0) == f'(x_0 - 0) = f'(x_0)$ tengliklar o'rinli bo'ladi.

Agar $f(x)$ funksiya x_0 nuqtaning biror $U(x_0)$ atrofida uzluksiz x_0 nuqtada bir tomonli $f'(x_0 + 0)$ va $f'(x_0 - 0)$ hosilaga ega bo'lsa, $f(x)$ funksiya shu nuqtada $f'(x_0)$ hosilaga ega bo'ladi va $f'(x_0) = f'(x_0 + 0) = f'(x_0 - 0)$ tengliklar o'rinli.

Agar $\Delta x \rightarrow 0$ da $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nisbat aniq ishorali cheksiz limitga ega, ya'ni

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = +\infty$$

Bo'lsa, u ham $f(x)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasi deb yuritiladi. Bunday xosila cheksiz xosila deb ataladi.

Misol uchun $f(x) = |x|$ ni qaraylik. Ma'lumki, $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow -0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = -1$.

Demak, $f(x) = |x|$ funksiyaning $x=0$ nuqtadagi o'ng hosilasi 1 ga, chap xosilasi -1 ga teng ekanligini ko'rishimiz mumkin.

Xulosa qilib shuni aytish mumkinki, o'zi xosila funksiya o'zgarishining tezligini, ya'ni qanday tezlikda yoki qanday yo'nalishda ozgarishini ko'rsatadi. Differensial esa bu o'zgarishni kichik o'zgarishlar yordamida yakuniy qiymatlar bilan aniqlash imkonini beradi. Xosila va differensial bir-biri bilan chambarchas bog'liq, bo'lib differensial xosilaning amaliy shaklidir. Biz matematikada bu tushunchalar ko'plab masalalarni yechishda va real dunyodagi jarayonlarni modellashtirishda keng qo'llaniladi.



Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Tao T. Analysis 1, 2. Hindustan Book Agency, India, 2014.
2. Aksoy A. G., Khamsi M. A. A problem book in real analysis. Springer, 2010.
3. Xudoyberganov G., Vorisov A. K., Mansurov X. T., Shoimqulov B. A. Matematik analizdan ma'ruzalar, I, II q. T. "Vorishnashriyot", 2010.
4. Shoimqulov B. A., Tuychiyev T. T., Djumaboyev D. X. Matematik analizdan mustaqil ishlar. T.O 'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati", 2008.
5. Gaziyeu A., Isroilov I., Yaxshiboyev M.U. Matematik analizdan misol va masalalar, 1-qism (o'quv qo'llanma). Turon-iqbol nashriyoti. Toshkent. 2009. 480 bet.
6. Gaziyeu A., Isroilov I., Yaxshiboyev M.U. Matematik analizdan misol va masalalar, 2-qism (o'quv qo'llanma). «Fan va texnologiyalar» nashriyoti. Toshkent. 2012. 384 bet