

**HAQIQIY SONLAR TO'PLAMINING TO'LIQLILIGI****Parpiyev Sodiqjon Abdujalilovich**Andijon davlat pedagogika institute “Matematika
va informatika“ kafedrası o'qituvchisi**Adixamjonova Xumoraxon Sherzod qizi**Andijon davlat pedagogika instituti
Fizika yo'nalishi 1- bosqich talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqolada haqiqiy sonlar toplamining to'liqliligi haqida tushunchalar, misollar ko'rib chiqildi va Dedekind teoremasi ham tushuntirildi. Bundan tashqari maqolamizda sonlar to'plamlarining chegaralari, to'plamning aniq quyi va aniq yuqori chegaralari xossalari ham o'rganib chiqildi. Maqola haqiqiy sonlar to'plamining to'liqliligini tushunishda muhim tushunchalarni va amaliy qo'llanmalarni taqdim etadi, chunki bu tushuncha ko'plab matematik masalalarni hal qilishda asosiy o'rin tutadi.

Kalit so'zlar: Xaqiqiy sonlar, quyi sinf, Dedekind teoremasi, element, Sonli to'plamlar, Matematik analiz, To'plam segment

Abstract: In this article, concepts and examples of the completeness of the sum of real numbers were considered, and Dedekind's theorem was also explained. In addition, the limits of sets of numbers, the properties of exact lower and exact upper limits of the set were also studied in our article. The article provides important concepts and practical applications in understanding the completeness of the set of real numbers, as this concept is central to solving many mathematical problems.

Key words: real numbers, subclass, Dedekind's theorem, element, Number sets, Mathematical analysis, Set segment.



Абстракт: В этой статье были рассмотрены понятия и примеры полноты суммы действительных чисел, а также объяснена теорема Дедекинда. Кроме того, в нашей статье были изучены пределы множеств чисел, свойства точных нижних и точных верхних пределов множества. В статье представлены важные понятия и практические приложения для понимания полноты множества действительных чисел, поскольку это понятие является центральным для решения многих математических задач.

Ключевые слова. действительные числа, подкласс, теорема Дедекинда, элемент, Числовые множества, Математический анализ, Отрезок множества.

Kirish. Agar haqiqiy sonlar to'plami R da bajarilgan kesim tushunchasi kiritilsa, ratsional sonlar to'plami Q da sodir bo'lganidek, R ni xam kengaytirish zaruriyati sodir boladimi yoki yo'qmi degan tabiiy savol tug'uladi. Quyida biz bunday holat bo'lmasligini, ya'ni R da bajarilgan xar qanday kesim faqat birinchi tur kesim bo'lishini ko'rsatamiz. Odatda bu xossa haqiqiy sonlar to'plami R ning to'liqlik xossasi deyiladi. Dastavval, R da bajarilgan kesim tushunchasi bilan tanishaylik. Tarif. Haqiqiy sonlar to'plami R shunday E va E' to'plamlarga ajratilsaki, unda

- 1) $E \neq \emptyset, E' \neq \emptyset,$
- 2) $E \cup E' = R,$
- 3) $\forall x \in E, \forall x' \in E' \rightarrow x < x'$

Shartlar bajarilsa, E va E' to'plamlar R to'plamda kesim bajariladi deyiladi va (E, E') kabi belgilanadi.

Avvalgidek, E to'plam kesimning quyi sinfi, E' to'plam esa kesimning yuqori sinfi deyiladi.

Misollar. 1. Biror $x \in R$ sonini olib x_0 son va undan kichik bo'lgan barcha haqiqiy sonlar to'plamini $E: E = \{x: x \in R \mid x \leq x_0\}$, x , son dan katta bo'lgan barcha haqiqiy sonlar to'plamini $E': E' = \{x: x \in R_0 \mid x > x_0\}$ deb olaylik. Natijada R



to'plami E va E' to'plamlarga ajraladi. E va E' to'plamlarning tuzilishidan ular uchun ta'rifshartlarining bajarilishini ko'rish qiyin emas. Demak, E va E' to'plamlar R to'plamda kesim bajaradi. Bu (E, E') kesimda uning quyi sinfi – E to'plam elementlari orasida eng katta element mavjud bo'lib, u x_0 ga tengdir. Ammo bu xolda kesimning yuqori sinfi E' elementlari orasida eng kichik element mavjud emas. Odatda, bunday kesimda E to'plam yopiq sinf, undagi eng katta element yopuvchi element, E' to'plam esa ochiq sinf deyiladi.

Ushbu $x_0 \in R$ sonidan kichik bo'lgan barcha haqiqiy sonlar to'plami $E: E = \{x: x \in R, x < x_0\}$, x_0 son va undan katta bo'lgan barcha haqiqiy sonlar to'plami $E': E' = \{x: x \in R, x \geq x_0\}$ bo'lsin. Bu E va E' to'plamlar R da (E, E') kesim bajarishi ravshandir. E va E' to'plamlarning tuzilishidan quyi sinf E elementlari orasida eng katta element mavjud emas, yuqori sinf E' elementlari orasida eng kichik element mavjud (u x_0 ga teng) bo'lishi ko'rinadi. Bu xolda E to'plam ochiq sinf, E' to'plam esa yopiq sinf, undagi eng kichik element yopuvchi element deyiladi.

Haqiqiy sonlar to'plami R da quyi sinf – E to'plamning elementlari orasida eng katta, yuqori sinf – E' to'plamning elementlari orasida eng kichik element bor bo'lgan (E, E') kesim mavjud emas. Buni isbotlaylik.

(E, E') kesim R da bajarilgan kesim bo'lib, unda E ning eng katta elementi x_0 va E' ning eng kichik elementi y_0 bo'lsin. Kesim tarifi $x_0 < y_0$ bo'ladi. R to'plamning zichlik xossasiga binoan shunday $u \in R$ son mavjudki, $x_0 < u < y_0$ bo'ladi. Keyingi tengsizliklardan ko'rinadiki, u son E ga tegishli emas, chunki x_0 soni E da eng katta element va $x_0 < u$. Shuningdek $u < y_0$ va y_0 son E' to'plamning eng kichik elementi ekanidan u sonning E' ga tegishli emasligi kelib chiqadi. Shunday qilib, $u \in R$ son E va E' to'plamlarning birontasiga xam tegishli bo'lmaydi. Bundan E va E' to'plamlar R da kesim bajarmasligi kelib chiqadi. Bu esa yuqoridagi farazga zid. Tasdiq isbotlandi.

Demak, R to'plamda bir vaqtda quyi xamda yuqori sinflari yopiq bo'lgan kesim mavjud emas.



Dedekind teoremasi. Haqiqiy sonlar to’plami R da bajarilgan xar qanday (E, E') kesim uchun faqat quyidagi ikki xoldanbiribo’lishimumkin:

- a) Kesimning quyi sinfi – E da eng katta element mavjud, yuqori sinf $-E'$ da esa eng kichik element mavjud emas;
- b) Kesimning quyi sinfi – E da eng katta element mavjud emas, yuqori sinfi $-E'$ da esa eng kichik element mavjud.

Isbot. Faraz qilaylik, R da biror (E, E') kesim bajarilgan bo’lsin. Demak, E va E' to’plamlar uchun tarifning shartlari bajariladi.

E to’plamning barcha ratsional sonlari to’plamini A to’plam, E' ratsional sonlari to’plamini A' to’plam deylik. Ravshanki, $A \subset E$, $A' \subset E'$. Bu tuzilgan A va A' to’plamlar ratsional sonlar to’plami Q da (A, A') kesim bajarishini ko’rsatamiz. Avvalo A va A' to’plamlarning bo’sh emasligini isbotlataylik. $E \neq \emptyset$ bo’lgani uchun $\exists x_0 \in R$, $x_0 \in E$. Agar x_0 ratsional son bo’lsa, $x_0 \in A$ bo’lib, bo’ladi. Agar x_0 irratsional son bo’lsa, ta’rifga ko’ra u Q to’plamdagi ikkinchi tur kesim bilan aniqlanadi. Demak, $x_0 = (A_0, B_0)$. Bunda $A_0 \neq \emptyset$ bo’lgani sababli, $\exists r_0 \in Q$, $r_0 \in A_0$ bo’ladi. Ammo $r_0 < x_0$ va $x_0 \in E$ bo’lganidan esa, $r_0 \in A$ ekani kelib chiqadi. Demak, $A \neq \emptyset$. Xuddi shuningdek, $A' \neq \emptyset$ ekani ham ko’rsatiladi. $R = E \cup E'$ dan va A, A' to’plamlarning tuzilishiga ko’ra $A \cup A' = Q$ bo’ladi.

(E, E') kesim R da bajarilgan kesimligidan va $A \subset E$, $A' \subset E'$ dan mos ravishda A va A' to’plamlarga tegishli a va a' elementlar uchun $a < a'$ tengsizlik o’rinli. Shunday qilib, Q to’plamda (A, A') bajarilganligini ko’rsatildi. Bu kesim biror haqiqiy sonni (ratsional yoki irratsional sonni) aniqlaydi: $\alpha = (A, A')$. Demak, $\alpha \in R$. Kesimning 2) shartiga ko’ra α son yoki E to’plamga, yoki E' to’plamga tegishli bo’ladi.

Xulosa. Xulosa qilib aytganda, haqiqiy sonlar to’plami to’liq to’plam bo’lib, u matematik tahlilning asosiy asosi hisoblanadi va uning to’liqliligi ko’plab matematik xususiyatlarni ta’minlaydi, ayniqsa limit vaketma – ketliklar bilan bog’liq xususiyatlar.



Foydalanilganadabiyotlar:

1. Ф и х т е н г о л ь ц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. I, II, III. — М., Наука, 1969. (Узбек тилига I—III томларига таржима қилинган.)
2. Ф и х т е н г о л ь ц Г. М. Основы математического анализа, т. I, II. — М. Наука, 1964. (Узбек тилига таржима қилинган.)
3. И л ь и н В. А., П о з н я к Э. Г. Основы математического анализа, ч. I. — М., Наука, 1971. (Узбек тилига таржима қилинган.)
4. И л ь и н В. А., П о з н я к Э. Г. Основы математического анализа. II. — М., Наука, 1980.
5. Х и н ч и н А. Я. Восемь лекций по математическому анализу. — М., Наука, 1977.
6. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа, т. I, II. — М. Высшая школа, 1981.
7. Никольский С. А. I. Курс математического анализа, т. I, II. — М. Наука, 1973.
8. И л ь и н В. А., С а д о в н и ч и й В. А., С е н д о в Бл. Х. Математический анализ. — М., Наука, 1979.
9. Курант Р. Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. I, II. — М., Наука, 1970.
10. Рудин У. Основы математического анализа. — М., Мир, 1976.
11. Зорич В. А. Математический анализ, ч. I. — М., Наука, 1981.