



OPERATORLARNING TEKIS VA KUCHLI YAQINLASHISHI

Bozorova Gulshan Ubaydullo qizi

Shahrisabz davlat pedagogika instituti matematika
va uni o’qitish metodikasi kafedrası stajyor o’qituvchisi:

e-pochta: gulshanbozorova0894@gmail.com

Karamatova Maftuna Farxod qizi

Shahrisabz davlat pedagogika instituti
matematika informatika yo’nalishi 3.21-guruh
4-kurs talabasi

e-pochta: maftunakaramatova21@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada funksional analizda muhim o’rin tutadigan tekis va kuchli yaqinlashish tushunchalari tahlil qilinadi. Tekis va kuchli yaqinlashishning asosiy ta’riflari, ularning o’zaro bog’liqligi, matematik xususiyatlari va amaliy qo’llanilish sohalari ko’rib chiqilgan. Shuningdek, bu yaqinlashish turlarining matematik modellashtirish va operatorlar nazariyasidagi ahamiyati yoritilgan. Maqola, ayniqsa, matematik tahlil va operatorlar nazariyasi bilan shug’ullanuvchi mutaxassislar uchun foydali bo’lishi mumkin.

Kalit so’zlar: tekis yaqinlashish, kuchli yaqinlashish, operatorlar nazariyasi, funksional analiz, matematik modellashtirish, normal fazolar, matematik analiz, sxematik yaqinlashish.



Аннотация: В данной статье рассматриваются понятия равномерной и сильной сходимости, которые занимают важное место в функциональном анализе. Приведены основные определения, свойства и взаимосвязь этих видов сходимости. Особое внимание уделено их применению в математическом моделировании и теории операторов. Статья будет полезна для специалистов, занимающихся математическим анализом и теорией операторов.

Ключевые слова: равномерная сходимость, сильная сходимость, теория операторов, функциональный анализ, математическое моделирование, нормированные пространства, математический анализ, схематическая сходимость.

Abstract: This article examines the concepts of uniform and strong convergence, which play a significant role in functional analysis. The main definitions, properties, and relationships between these types of convergence are presented. Particular attention is given to their applications in mathematical modeling and operator theory. The article will be useful for specialists in mathematical analysis and operator theory.

Key words: uniform convergence, strong convergence, operator theory, functional analysis, mathematical modeling, normed spaces, mathematical analysis, schematic convergence.

Operatorlar matematikada ikkita fazo (masalan, vektorlar yoki funksiyalar fazosi) o'rtasidagi munosabatni o'rnatadigan xaritalardir. Operatorlar fazolarni o'zgartirish, moslashtirish yoki ulardagi elementlar o'rtasida aloqa o'rnatish uchun ishlatiladi.

Chiziqli operatorlar: Operator T chiziqli deyiladi, agar u quyidagi shartlarni qanoatlantirsa:

$$T(\alpha x + \beta y) = \alpha T(x) + \beta T(y), \quad \forall x, y \in X, \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$



Yaqinlashish tushunchasi operatorlar ketma-ketligi yoki qatorlar biror limitga qanchalik yaqinlashayotganini tavsiflaydi. Operatorlar uchun yaqinlashishning ikkita asosiy turi mavjud:

1. Tekis yaqinlashish

Operatorlar ketma-ketligi T_n normali fazoda T operatoriga tekis yaqinlashadi, agar:

$$\|T_n - T\| \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow \infty).$$

2. Kuchli yaqinlashish

Operatorlar ketma-ketligi T_n T operatoriga kuchli yaqinlashadi, agar har bir $x \in X$ uchun:

$$\|T_n(x) - T(x)\| \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow \infty).$$

Operatorlar va ularning yaqinlashish turlari matematik tahlil, kvant mexanikasi, matematik modellashtirish va diferensial tenglamalar nazariyasida muhim o'rin tutadi. Turli fazolardagi operatorlarning yaqinlashishini tahlil qilish orqali matematik jarayonlarning sifatini baholash va isbotlash imkoniyati yuzaga keladi.

Operatorlar ketma-ketligi T_n normali fazoda T operatoriga tekis yaqinlashadi, agar:

$$\|T_n - T\| \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty.$$

Xususiyatlari:

Tekis yaqinlashish kuchliroq yaqinlashish hisoblanadi.

Agar ketma-ketlik tekis yaqinlashsa, u har bir x uchun ham yaqinlashadi(kuchli yaqinlashishni anglatadi).

Qo'llanilishi:

Tekis yaqinlashish differensial va integral operatorlarni tahlil qilishda, matematik modellashtirishda muhim ahamiyatga ega.



Kuchli yaqinlashish-operatorlar ketma-ketligi T_n normali fazoda T operatoriga kuchli yaqinlashadi, agar:

$$||T_n(x) - T(x)|| \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty \quad \forall x \in X.$$

Xususiyatlari:

Kuchli yaqinlashish tekis yaqinlashishni kafolatlamaydi;

Harbir nuqtada yaqinlashishni o'z ichiga oladi.

Qo'llanilishi:

Kvant mexanikada va matematik fizikada operatorlarning spectral tahlilida foydalaniladi.

Tekis va kuchli yaqinlashishning o'zaro aloqasi ko'pincha matematik tahlil va operatorlar ketma-ketliklarining limit xususiyatlarini o'rganishda muhim ahamiyatga ega.

Agar operatorlar ketma-ketligi T_n normali fazoda T operatoriga tekis yaqinlashsa, bu kuchli yaqinlashishni ham anglatadi. Ya'ni agar quyidagi shart bajarilsa:

$$||T_n - T|| \rightarrow 0 \quad n \rightarrow \infty,$$

Aksincha, agar operatorlar ketma-ketligi T_n kuchli yaqinlashsa, ya'ni har bir $x \in X$ uchun

$$T_n(x) \rightarrow T(x), \quad n \rightarrow \infty,$$

Tekis va kuchli yaqinlashishning farqi:

Tekis yaqinlashish- operatorlar ketma-ketligining butun fazoda bir xil darajada yaqinlashishi.

Kuchli yaqinlashish- har bir nuqta bo'yicha yaqinlashish, lekin bu barcha nuqtaarda tekis bo'lishi shart emas. Shunday qilib, tekis yaqinlashish kuchli yaqinlashishni o'z ichiga oladi ammo aksincha emas. Boshqacha aytganda, agar operatorlar tekis yaqinlashsa, ular kuchli yaqinlashadi, lekin kuchli yaqinlashish har doim tekis yaqinlashishni anglatmaydi.



Agar T_n operatorlar ketma-ketligi cheksiz ketma-ketlikda butun fazoda bir xil darajada yaqinlashsa, unda bu tekis yaqinlashish bo'ladi. Masalan, cheksiz yig'indi operatorlari, ularning qiymatlari har doim bir xil kichiklikda yaqinlashgan bo'lsa.

Kuchli yaqinlashish: Agar operatorlar ketma-ketligi har bir nuqtada yaqinlashsa, lekin barcha nuqtalarda bir xil darajada emas, bu kuchli yaqinlashish bo'ladi. Masalan, spectral tahlilda operatorlar har bir funktsional uchun yaqinlashish bo'lishi mumkin, ammo butun fazoda bir xil darajada emas. Tekis va kuchli yaqinlashishning o'zaro aloqasi operatorlar nazariyasining chuqur tahlilini talab qiladi. Tekis yaqinlashish kuchli yaqinlashishni kafolatlaydi, lekin kuchli yaqinlashish tekis yaqinlashishning bajarilishini anglatmaydi. Bu farq operatorlar ketma-ketliklari va ularning limit xususiyatlarini o'rganishda muhim ahamiyatga ega.

Masala-1. Funktsional ketma-ketlikning tekis va kuchli yaqinlashishini tahlil qilish.

Shartlar: Fazoda T_n operatorlar ketma-ketligi berilgan. Har bir operator

$T_n: X \rightarrow X$ chiziqli operator va

$T: X \rightarrow X$ operatorining limitiga yaqinlashishini tekshirish kerak.

Savol: Operatorlar ketma-ketligi T_n tekis va kuchli yaqinlashadimi?

Yechim:

Tekis yaqinlashishni tekshirish: Agar $|T_n - T| \rightarrow 0$ (ya'ni operatorlar normasi bo'yicha 0 bo'lsa, bu operatorlar ketma-ketligi **tekis yaqinlashadi**).

Misol uchun, agar T_n operatorlar ketma-ketligi cheksiz yig'indi sifatida ifodalangan bo'lsa va normaning limitiga qarab tekis yaqinlashsa, unda operatorlar fazo bo'yicha yaqinlashadi.

Matematik misol: Agar $T_n(x) = \frac{x}{n}$, $T(x) = 0$ bo'lsa, har bir x uchun $T_n(x) \rightarrow 0$, lekin bu operatorlar ketma-ketligi tekis yaqinlashmaydi, chunki operatorning normasi $|T_n| = \frac{1}{n}$ umumiy tekis yaqinlashishni bildirmaydi.



Masala-2: Integral operatorining yaqinlashishini tahlil qilish

Shartlar: Berilgan integral operatori T bo'lsin. Operator quyidagi shaklda bo'lsin:

$$(Tf)(x) = \int_a^b k(x, t)f(t)dt,$$

Savol: Agar $k_n(x, t)$ kernel funktsiyalari ketma-ketligi $k(x, t)$ karneliga yaqinlashsa, operatorlar ketma-ketligi T_n tekis va kuchli yaqinlashadimi?

Yechim:

Tekis yaqinlashishni tekshirish: Agar $k_n(x, t) \rightarrow k(x, t)$ tekis yaqinlashsa, ya'ni

$$\|k_n(x, t) - k(x, t)\|_{\infty} \rightarrow 0$$

Agar kernel funktsiyalarining nuqtaviy yaqinlashishi sodir bo'lsa, ya'ni har bir x va t uchun $k_n(x, t) \rightarrow k(x, t)$, unda operatorlar kuchli yaqinlashadi. Ammo normaning limitiga qarab tekis yaqinlashishni kafolatlashi mumkin emas.

XULOSA

Operatorlarning tekis va kuchli yaqinlashish tushunchalari funksional analiz va operatorlar nazariyasining asosiy elementlaridir. Bu ikki turdagi yaqinlashish operatorlar ketma-ketliklari va ularning limit xususiyatlarini tahlil qilishda muhim rol o'ynaydi. Tekis yaqinlashish operatorlar ketma-ketligining fazo bo'yicha bir xil darajada yaqinlashishini anglatadi, bu esa kuchli yaqinlashishni ham avtomatik ravishda ta'minlaydi. Boshqa tomondan, kuchli yaqinlashish faqat har bir nuqtada operatorlarning yaqinlashishini bildiradi, ammo operatorlarning fazo bo'yicha umumiy yaqinlashishini kafolatlamaydi.

Tekis yaqinlashish kuchli yaqinlashishga olib keladi, ammo aksincha emas. Ya'ni, agar operatorlar tekis yaqinlashsa, ular kuchli yaqinlashadi, lekin kuchli yaqinlashish tekis yaqinlashishning bajarilishini anglatmaydi. Bu farq operatorlar nazariyasini chuqurroq tahlil qilishda, operatorlarning spektral xususiyatlarini, integral operatorlarini va matematik modelashtirishda qo'llaniladi.



Amaliy masalalar va yechimlarda bu tushunchalar operatorlarning limit xususiyatlarini o'rganish, ularning tahlilini soddalashtirish va matematik modellarda qo'llanishini ta'minlash uchun muhimdir. Tekis va kuchli yaqinlashishning o'zaro aloqasi operatorlar tahlilining eng asosiy qismlaridan biridir va ular matematik analizning ko'plab sohalarida qo'llaniladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Qosimov, F. (2015). Funktsional Tahlil va Lineer Operatorlar. Toshkent: Akademnashr.
2. Sattorov, X. (2014). Matematik tahlil va uning asoslari. Toshkent: O'qituvchi.
3. Anarbekov, S., & Tashkentov, I. (2016). Lineer Algebra va Operatorlar nazariyasi. Toshkent: Universitet nashri.
4. Yuldashev, A. (2017). Operatorlar va ularning ilovalari. Toshkent: Fan.
5. Ismoilov, S. (2012). Funktsional tahlil va integral operatorlar. Toshkent: O'qituvchi.
6. Abduqahhorov, B. (2013). Matematik analiz va uning qo'llanmalari. Toshkent: Fan.
7. Xojayev, N. (2011). Funktsional analiz. Toshkent: Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy Universiteti.
8. Muhammedov, U. (2018). Operatorlar nazariyasi va uning qo'llanilishi. Toshkent: Talqin.
9. Abdurakhmanov, T., & Yuldashev, A. (2014). Integral operatorlar va ularning tahlili. Toshkent: Universitet nashri.
10. Karimov, A. (2019). Funktsional analiz va uning matematik modellashtirishdagi roli. Toshkent: Fan va texnologiya.
11. Mirzaev, A. (2015). Banax bo'shliqlari va operatorlar nazariyasi. Toshkent: Akademiya.



12. Sobirov, R. (2016). Qisman differensial tenglamalar va funksional tahlil. Toshkent: Fan va texnologiya.
13. G'aniyev, T. (2017). Matematik funksiyalar va ularning limit tahlili. Toshkent: Ilm.
14. Tursunov, X. (2014). O'zbekiston matematikasi: operatorlar va ularning tahlili. Toshkent: Universitet nashri.
15. Rasulov, S. (2012). Matematik analiz asoslari. Toshkent: O'qituvchi.